# PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 24. 15. Dezember 1918. Redaktionsschluß für No. 2 am 15. Dezember 1918. 19. Jahrgang.


INHALT:


Ferdinand Braun †. S. 537.

**Originalmitteilungen:**

M. Born, Über die ultraroten Eigenschwingungen zweiatomiger Kristalle. S. 539.

R. Holm, Zur Theorie des Glimmstroms. VII. S. 548.

**Berichtigung.** S. 556.

**Personalien.** S. 556.

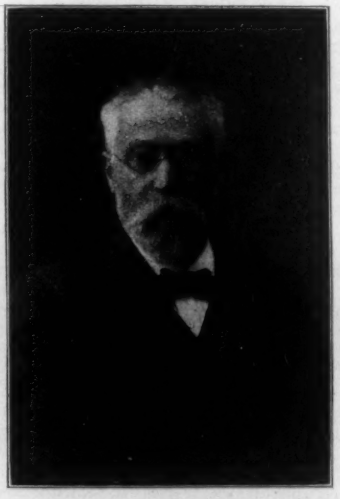
**Gesuche.** S. 556.

**Angebote.** S. 556.


## Ferdinand Braun †.

Aus Amerika traf im Mai die kurze Nachricht ein, daß am 20. April 1918 Ferdinand Braun in New York gestorben ist.

Ihn hatte das Gefühl, auch an seinem Teile mithelfen zu müssen in dem großem Kampfe, im Dezember 1914 dorthin geführt; ein von Marconi gegen das Braunsche Senderpatent erhobener Prozeß, der auf die Schließung der deutschen Funkenstation abzielte, war der Anlaß zur Reise. Es zeigte sich bald, daß das Opfer umsonst gebracht war und Braun hat mehr als drei Jahre dort zugebracht in tiefer Sehnsucht nach der Rückkehr, in Sorgen um die Heimat und schließlich in quälender Krankheit. Auch dem todkranken Manne blieb die Heimkehr verwehrt.



F. Braun

Carl Ferdinand Braun war geboren am 6. Juni 1850 in Fulda als Sohn des Aktuars Braun. Früh trat naturwissenschaftliche Neigung bei ihm zutage. 1865 verfaßte er ein Lehrbuch der Kristallographie, dessen Druck nur deshalb unterblieben sein soll, weil kein Verleger den Fünfzehnjährigen als Autor gelten lassen wollte. Er studierte zunächst in Marburg, dann in Berlin, wo er 1870 Quinckes Assistent an der Kgl. Gewerbeakademie wurde. Nach seiner Promotion im März 1872 folgte er Quincke bei dessen Berufung nach Würzburg und blieb dort zwei Jahre als Assistent.

Er selbst hat diese Zeiten mit dem ihm eignen Humor geschildert in der Festschrift zum 70. Geburtstage seines Lehrers.

1874 ging er als Oberlehrer an die Thomasschule in Leipzig. Neben seiner Lehrertätigkeit hat er in den zwei Jahren hier eifrig physikalisch gearbeitet. 1875 entdeckte er die unipolare Stromleitung der Schwefelmetalle, eine Erscheinung, deren Natur trotz vieler mühevoller Arbeiten von ihm und andern noch immer rätselhaft geblieben ist. Nach vielen Jahren hat er ihr eine wichtige technische Anwendung in dem Kristalldetektor der drahtlosen Telegraphie gegeben.

In der Leipziger Zeit hat er auch ein Werk verfaßt, das an Seitenzahl sein umfangreichstes geblieben ist und das unter den Schriften des Gelehrten seltsam genug und doch sehr erfreulich anmutet: „Der junge Mathematiker und Naturforscher, Einführung in die Geheimnisse der Zahl und Wunder der Rechenkunst etc." (Leipzig, O. Spamer 1876), ein Kompendium, geschrieben für Jungens, untermischt mit Scherz und Scherzaufgaben, wie es die frohe Art dieses Lehrers auch in späten Jahren blieb.

1876 wurde er als a. o. Professor für theoretische Physik nach Marburg berufen. Von experimentellen Untersuchungen der Elektrizitätsleitung durch Flammen und geschmolzene Salze her kam er 1878 zur Erkenntnis, daß die

W. Thomsonsche Berechnung der elektromotorischen Kraft von galvanischen Elementen aus der Wärmetönung der chemischen Prozesse falsch sei. In eigentümlichen Spekulationen fand er, daß den chemischen Prozessen dabei verschiedene elektromotorische Nutzeffekte bzw. Arbeitsfähigkeiten beizulegen seien, die er für gewisse Fälle experimentell bestimmen konnte. Das Problem wurde 1882 von Helmholtz unter Einführung des Begriffes der freien Energie in der bekannten Art behandelt.

Untersuchungen und Messungen über diese Fragen beschäftigten Braun neben andern elektrischen Arbeiten noch in Straßburg, wo er 1880—83 a. o. Professor war, und in Karlsruhe 1883—84.

1884 wurde er als Ordinarius nach Tübingen berufen. Bau und Einrichtung eines neuen Instituts haben ihn dort zwar stark in Anspruch genommen und ihm für alle Zeiten den Geschmack an solcher Arbeit verleidet, doch blieb ihm die Tübinger Zeit stets in lieber Erinnerung und er hat eine große Reihe der verschiedenartigsten Arbeiten dort ausgeführt.

Aus theoretischen Überlegungen zieht er den Schluß, daß gesättigte Salmiaklösung durch Drucksteigerung teilweise ausgefällt wird, und bestätigt das Resultat experimentell. Das führt ihn weiter zu einem „Allgemeinen qualitativen Satz über Zustandsänderungen", dem Braun-Le Chatelierschen Prinzip (dessen Gültigkeitsbereich er allerdings später einschränken mußte).

In einer Arbeit über die Dielektrizitätskonstante des Steinsalzes für verschiedene kristallographische Richtungen ist das Braunsche Elektrometer zuerst beschrieben; ein Beispiel für den praktischen Sinn des Experimentators, der auch ein diffiziles Instrument in zuverlässige und handliche Form zu bringen wußte.

Arbeiten über Volumänderungen beim Mischen von Gasen, über Tropfelektroden, „Deformationsströme" und Studien über verschiedene Erscheinungen folgten, darunter Untersuchungen über die merkwürdige „Stenolyse" (Metallabscheidung bei der Elektrolyse gewisser Metallsalzlösungen durch feine Spalten hindurch).

1895 folgte Braun wieder einem Ruf nach Straßburg, jetzt als Institutsdirektor; von dort wieder wegzugehen hat er sich trotz manchen Versuchungen nicht entschließen können.

Hier entstand 1897 die Braunsche Röhre; mit sicherem Griff hatte er die praktische Bedeutung und Verwendbarkeit einer Erscheinung erfaßt, die ihrem Wesen nach noch fraglich war.

Im gleichen Jahr begannen Brauns Arbeiten über drahtlose Telegraphie, die grundlegend wurden für ein Gebiet der Technik und die auch für die Physik den Anstoß gaben zu neuer Arbeit. Im gekoppelten Kondensatorkreis ersah Braun das Mittel, das der jungen drahtlosen Telegraphie die Energie zuführen konnte, die sie brauchte, um Technik zu werden.

Man hat die Priorität an seiner Erfindung bestritten, andere als geschäftliche Gründe lagen dafür nicht vor. Trotzdem hat es ihm große Freude bereitet, als durch die Verleihung des Nobelpreises 1909 jeder Streit darüber entschieden zu sein schien. Leider hat ihm dieser Streit nun die letzten Lebensjahre noch grausam vergällt.

Im Straßburger Institut wurden in den arbeitsreichen Jahren damals die elektrischen Schwingungen heimisch, die Kenntnis des Gebietes wurde in einer großen Anzahl von Arbeiten erweitert, Arbeitsmethoden und Instrumente wurden geschaffen sowohl für die rein wissenschaftliche wie auch für die technische Seite.

Bald trat auch Braun wieder an andere Aufgaben heran. 1904 entdeckte er in den Metallbeschlägen, die beim Zerstäuben dünner Drähte durch Entladung von Kondensatorbatterien entstehen, submikroskopische Strukturen: Hertzsche Gitter für Lichtwellen. Mit feinster Experimentierkunst hat er es verstanden, die merkwürdige Tatsache zu stützen und weiter zu benutzen zur Untersuchung ähnlicher Strukturen in organischen Gebilden.

Für das Jahr 1905 war Braun zum Rektor gewählt; in seiner Antrittsrede meinte er, jeder Rektor gäbe da eine Übersicht über seine Tätigkeit, weil er für ein Jahr von ihr scheide. Ihn warf dann aber eine schwere Erkrankung nieder, die nur durch eine Operation behoben werden konnte.

Langsam erholte er sich von den Folgen, beglückt von dem Gefühl, doch wieder wirken und arbeiten zu können und mit mannigfachen Entwürfen beschäftigt, die aber nicht zur Ausführung gediehen.

In seinen letzten Arbeiten hat er sich wieder der drahtlosen Telegraphie zugewandt und die praktische Verwendbarkeit der geschlossenen Antennen gesichert; eine letzte Frucht dieser Arbeiten war die absolute Messung des von der Station Eiffelturm ausgestrahlten Feldes.

Als Mensch war Braun von seltener Natürlichkeit, alles Steife und Förmliche war ihm fremd. Sein sonniges Wesen, sein frohes Lachen gewannen ihm die Herzen. Ihm selbst half heitere Lebensbejahung auch über herben Kummer hinweg, der ihm reichlich zuteil ward und der doch keine Verbitterung hinterließ.

Zu dem Manne mit den gütigen, klugen Zügen, dem ein so feines Empfinden und Verstehen eigen war, faßte man unwillkürlich Zutrauen, das nicht enttäuscht wurde. Mit Rat und Tat half er, wo er helfen konnte.

Im Institut hat er jeder Individualität und jeder Neigung freie Bahn gelassen; nicht eben erbaut von allzu großem Praktikantenzustrom, aber denjenigen, den er als tüchtig befand, mit freundlichstem Interesse und dauernder Teilnahme fördernd.

Seine Fähigkeit, auch komplizierte Dinge einfach zu sehen, auf der seine großen Erfolge beruhen, gab auch seinem Vortrag das Gepräge und machte sein Kolleg, das er selten ohne Scherzwort ließ, zu einem Genuß.

Für seine Person war er anspruchslos; das Arbeitszimmer, das er benutzte, war aus den primitivsten Institutsmöbeln zusammengestellt. In seiner Abneigung gegen „überflüssigen Luxus" verschmähte er das elektrische Licht in Privaträumen und den Telephongebrauch. Das Institut besaß nur eine kurze Telephonleitung, die er zur Schonung seines Mechanikers legen ließ.

Mehr Wert legte er auf einen gut gepflegten Weinkeller, es war ihm ein schweres Opfer, als er solchem Genuß auf ärztliches Anraten entsagen mußte. Die Zigarre verließ ihn selten, und das Straßburger Kolloquium war vor andern dadurch ausgezeichnet, daß es stets vom Professor durch Herumreichen einer Zigarrenkiste eröffnet wurde.

Auf seinen regelmäßigen Spaziergang nach dem Kolleg hielt er; wie er oft versicherte, fielen ihm dabei seine besten Gedanken ein. In den letzten Jahren war ein großer Leontiner sein steter Begleiter; dem „Leo" widmete er eine rührende Zuneigung und noch von Amerika aus sorgte er sich um sein Wohlergehen.

In freien Stunden trieb Braun mit Vorliebe Aquarellmalerei und von seinen Ferienreisen brachte er stets Skizzen in großer Zahl heim, die ihm viel Freude bereiteten.

Ein echter deutscher Gelehrter ist mit Ferdinand Braun von uns geschieden. Erfüllt von tiefer Liebe für seine Wissenschaft, lebte er nur für Institut und Forschung; liebenswürdig, bescheiden und freundlich in seinem Auftreten war er seinen Schülern und Assistenten mehr ein väterlicher Freund als ein Vorgesetzter.

Er gehörte zu den auserwählten Naturforschern, die die innern Zusammenhänge in der Natur vorausahnen, ehe sie sie im einzelnen erkennen oder gar in Formeln kleiden können und die besonders geeignet sind, ihrer Wissenschaft neue Pfade zu weisen. So hat Braun auf vielen Gebieten der Physik Neues, Wertvolles, oft Überraschendes zutage gefördert und in der drahtlosen Telegraphie die Grundlage geschaffen, auf der ihre schnelle und glanzvolle Entwicklung beruht. H. R.

(Eingegangen 16. Oktober 1918.)

# ORIGINALMITTEILUNGEN.

## Über die ultraroten Eigenschwingungen zweiatomiger Kristalle.

Von M. Born.

### Einleitung.

In einer kürzlich erschienenen Mitteilung[1]) habe ich gezeigt, daß die Frequenz der langwelligen ultraroten Eigenschwingungen zweiatomiger Kristalle mit Hilfe der Gittertheorie berechnet werden kann und der Größenordnung nach richtig herauskommt, wenn man die Ladung des einwertigen Ions im Kristall ebenso groß ansetzt wie im Elektrolyten.

Herr Debye hat mich freundlicherweise darauf aufmerksam gemacht, daß sein Schüler, Herr W. Dehlinger[2]), bereits im Jahre 1914 zu demselben Ergebnis gelangt ist, was mir leider entgangen war. Doch glaube ich, daß meine Ableitung nicht überflüssig ist. Denn Herr Dehlinger knüpft an die speziellen Ansätze an, die v. Kármán und ich[1]) zur Berechnung der Gitterschwingungen aufgestellt haben und bei denen nur die Wechselwirkungen zwischen Nachbaratomen berücksichtigt werden; aus meiner Darstellung geht hervor, daß die Dehlingersche Formel aus ganz allgemeinen Sätzen der Gittertheorie ohne besondere Annahmen und fast ohne Rechnung folgt.

Die numerischen Rechnungen von Dehlinger und mir haben übereinstimmend ergeben, daß zwar die Größenordnung der berechneten Frequenzen richtig herauskommt, aber beträchtliche Differenzen übrig bleiben.

1) M. Born, Sitzungsber. d. kgl. Preuß. Akad. d. Wiss., 13. Juni 1918, S. 604.
2) W. Dehlinger, diese Zeitschr. 15, 276, 1914.

1) M. Born und Th. v. Kármán, diese Zeitschr. 13, 297, 1912.

Dabei besteht bei Dehlinger eine Unsicherheit in der anzuwendenden Formel; das hängt mit der Frage zusammen, ob bei der Berechnung der auf ein Atom wirkenden elektrischen Kraft die Lorentzsche Kraft $^1/_3 e\mathfrak{P}$ zu berücksichtigen ist oder nicht. Ich möchte die Gelegenheit benutzen, um auf diese prinzipielle Frage einzugehen (§ 1); es wird sich zeigen, daß bei den ultraroten Frequenzen der Kristalle diese Lorentzsche Kraft fortzulassen ist, wie ich das in der oben zit. Arbeit getan habe.

Die Frequenzen ergeben sich stets etwas zu groß. Der Grund hierfür kann nicht, wie Herr Dehlinger vermutet (l. c. § 5 und Schluß von § 6), der Ansatz für die Molekularkräfte sein, da diese in das Ergebnis gar nicht eingehen. Ich glaube, daß die Abweichungen davon herrühren, daß die Anzahl der Freiheitsgrade, welche bei der Rechnung berücksichtigt werden, zu klein ist. Die Atome werden nämlich als Massenpunkte behandelt, denen je 3 Freiheitsgrade zukommen. In Wirklichkeit sind sie aber sicherlich komplizierte Gebilde, aus einem Kern und einer Anzahl Elektronen bestehend; ein elektrisches Feld wird daher nicht nur die Atome als ganze verschieben, sondern sie auch drehen und deformieren. Vielleicht kann man, wie W. Voigt[1]) es vorschlägt, die Atome näherungsweise als starre Körper behandeln; dann können jedenfalls Drehungen im elektrischen Felde auftreten. Zur Erläuterung meiner Ansicht, daß die Anzahl der Freiheitsgrade wesentlich ist, will ich zeigen (§ 2), daß die Annahme, die Atome könnten als Massenpunkte behandelt werden, bei zweiatomigen regulären Gittern noch eine andere Relation zur Folge haben würde, die zwar eine richtige Größenordnungsbeziehung ausdrückt, tatsächlich aber nicht zahlenmäßig erfüllt ist. Schließlich werde ich auf die Vorstellung, die Atome seien von einer Elektronenwolke umgebene Kerne, näher eingehen und nachweisen, daß dann Abweichungen von der Dehlingerschen Formel zu erwarten sind.

## § 1. Über die Lorentzsche Kraft $^1/_3 e\mathfrak{P}$.

Um ein Urteil über die Frage der Lorentzschen Kraft $^1/_3 e\mathfrak{P}$ zu gewinnen, genügt es, das einfachste Modell der Dispersionstheorie, ein quasielastisch, ungedämpft schwingendes Elektron, zu betrachten. Wir schreiben die Schwingungsgleichung

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{e}{m}(\mathfrak{E} + {}^1/_3\,\mathfrak{P}), \qquad (1)$$

wobei $\mathfrak{E}$ die äußere elektrische Feldstärke und $^1/_3\mathfrak{P}$ die von den Nachbaratomen herrührende elektrische Beeinflussung (nach Lorentz) ist; $\mathfrak{P}$ ist das elektrische Moment der Volumeneinheit, definiert durch

$$\mathfrak{P} = Ne\,x. \qquad (2)$$

Man kann nun bei der Lösung von (1) zwei verschiedene Wege einschlagen, die im Ergebnis natürlich völlig übereinstimmen.

1. Weg. Man setzt den Wert (2) auf der rechten Seite von (1) ein und schreibt

$$\ddot{x} + \left(\omega_0^2 - \frac{Ne^2}{3m}\right) x = \frac{e}{m}\mathfrak{E}.$$

Setzt man

$$\omega_*^2 = \omega_0^2 - \frac{Ne^2}{3m}, \qquad (3)$$

so hat man die einfache Schwingungsgleichung

$$\ddot{x} + \omega_*^2 x = \frac{e}{m}\mathfrak{E}$$

mit der Eigenfrequenz $\omega_*$. Ihre Lösung, die einer Lichtwelle der Frequenz $\omega$ entspricht, ist

$$x = \frac{\frac{e}{m}}{\omega_*^2 - \omega^2}\mathfrak{E}.$$

Der Brechungsindex $n$, der durch die Relation

$$\mathfrak{P} = (n^2 - 1)\mathfrak{E} \qquad (4)$$

definiert ist, ergibt sich nun mit Hilfe von (2) zu

$$n^2 - 1 = \frac{\frac{Ne^2}{m}}{\omega_*^2 - \omega^2}. \qquad (5)$$

2. Weg. Man löst die Gleichung (1) unmittelbar für eine Schwingung der Frequenz $\omega$ auf, und erhält die Lösung

$$x = \frac{\frac{e}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2}(\mathfrak{E} + {}^1/_3\,\mathfrak{P}).$$

Hieraus folgt nach (2)

$$\mathfrak{P} = \frac{\frac{Ne^2}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2}(\mathfrak{E} + {}^1/_3\,\mathfrak{P}),$$

oder nach (4):

$$n^2 - 1 = \frac{\frac{Ne^2}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2}\left(1 + \frac{n^2 - 1}{3}\right).$$

Daraus ergibt sich

$$3\,\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{\frac{Ne^2}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2}. \qquad (6)$$

Es handelt sich nun um den Vergleich der beiden Formeln (5) und (6).

[1]) W. Voigt, Lehrbuch der Kristallphysik (Leipzig, B. G. Teubner, 1910), VII. Kap., II. Abschn. § 292—303, S. 596—616.

Beide sind natürlich mathematisch völlig äquivalent; denn ersetzt man etwa in (5) $\omega_*$ nach (3) durch $\omega_0$, so erhält man nach einfacher Umrechnung die Formel (6).

(5) hat das Aussehen der bekannten einfachen Dispersionsformel für verdünnte Gase, wo die Wechselwirkung der Moleküle vernachlässigt wird; tatsächlich ist diese aber nicht vernachlässigt, sondern steckt in der Frequenz $\omega_*$, die gegen die ursprüngliche $\omega_0$ verschoben ist.

(6) hat das Aussehen der Lorentz-Lorenzschen Formel, aus der man den Schluß zieht, daß der Ausdruck $\frac{n^2-1}{n^2+2}\cdot\frac{1}{N}$ von der Dichte unabhängig ist.

Wenn wir nun untersuchen wollen, welche der beiden Formeln (5) und (6) im Falle der ultraroten Frequenzen der Kristalle anzuwenden ist, so läuft die Frage offenbar darauf hinaus, ob dabei $\omega_0$ oder $\omega_*$ als Eigenfrequenz des Gitters zu gelten hat.

$\omega_0$ ist offenbar eine Atomkonstante. Es leuchtet ein, daß bei Gasen und Flüssigkeiten die Formel (6) eine adäquate Beschreibung des Dispersionsprozesses ist, da jedes Atom unabhängig von den andern mit der Eigenfrequenz $\omega_0$ auf das Licht reagiert. Dasselbe gilt auch noch für die Dispersion der Kristalle im optischen Spektrum, wo es sich um dieselben Eigenfrequenzen der in den Atomen sitzenden Elektronen handelt, die auch im Gaszustande wirksam sind. Dann wird der Einfluß der vergrößerten Dichte in vernünftiger Weise genähert durch die Lorentz-Lorenzsche Form (6) der Dispersionsformel dargestellt.

Anders aber ist es im Falle der langwelligen ultraroten Eigenfrequenzen der Kristalle. Dabei handelt es sich nicht um intraatomische Schwingungen, sondern um Schwingungen der ganzen Atome gegeneinander. Wenn man den Gitterverband der Atome löst, so bleibt in diesem Frequenzbereich gar keine Schwingung übrig. Ein dem Atom eigentümliches $\omega_0$ ist gar nicht vorhanden, sondern $\omega_0$ ist selbst eine Folge der Wechselwirkungen der Atome; zu diesen Wechselwirkungen gehört aber auch die Lorentzsche Zusatzkraft $^1/_3 e\mathfrak{P}$, ja sie läßt sich von den übrigen Molekularkräften gar nicht trennen. Besonders, wenn man daran glaubt, daß im Grunde alle Molekularkräfte elektromagnetischen Ursprungs sind, leuchtet ein, daß die Lorentzsche Kraft keine Sonderrechte hat. Daraus folgt, daß die durch (3) definierte Frequenz $\omega_*$ als eine dem Gitter (nicht dem Atom) eigentümliche Konstante aufzufassen ist; die Trennung von $\omega_*^2$ in zwei Teile $\omega_0^2$ und $-\frac{Ne^2}{3m}$ nach (3) entspricht nicht den tatsächlichen Verhältnissen.

In diesem Falle ist also die Formel (5) die einzig richtige Form des Dispersionsgesetzes. Man kann das aber auch so ausdrücken, daß an Stelle der ursprünglichen Schwingungsgleichung (1) die einfache Gleichung

$$\ddot{\mathfrak{x}} + \omega_*^2 \mathfrak{x} = \frac{e}{m}\mathfrak{E}$$

ohne Lorentzsche Kraft zu treten hat, wo $\omega_*$ eine dem Gitter eigentümliche Frequenz bedeutet[1]).

## § 2. Über Beziehungen zwischen den Konstanten zweiatomiger, regulärer Gitter.

Die von Dehlinger und mir zur Berechnung der ultraroten Eigenfrequenzen benützte Beziehung kann hinsichtlich ihres Gültigkeitsbereichs nur beurteilt werden, wenn man sie als besonderen Fall der von der Gittertheorie[2]) gelieferten Aussagen ansieht. Diese lassen sich sämtlich zurückführen auf die Berechnung der Dichte der potentiellen Energie für homogene Verzerrungen; darunter sind solche Deformationen zu verstehen, bei denen jedes einzelne einfache, aus gleichen Atomen bestehende Gitter gleichförmig deformiert wird und zugleich die einzelnen einfachen Gitter als ganze gegeneinander verschoben werden.

Die gleichförmige Deformation der einfachen Gitter wird durch die 6 Deformationskomponenten $x_x, y_y, z_z, y_z, z_x, x_y$ beschrieben, die Verschiebungen der einfachen Gitter werden durch die Verrückungskomponenten $u_1, v_1, w_1, u_2, v_2, w_2$ .... gemessen. Ersetzt man das Gitter durch einen kontinuierlichen Kristall und bezeichnet die Verrückungskomponenten eines Volumenelements mit $u, v, w$, die als stetige Funktionen von $x, y, z$ angesehen werden, so hat man zwischen diesen und den Deformationskomponenten die bekannten Relationen

$$x_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \ldots, \quad y_z = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \ldots \qquad (7)$$

anzusetzen.

Für einen regulären, zweiatomigen Kristall, dessen Atome als Massenpunkte wirken, ergibt die Gittertheorie folgenden Ausdruck der Dichte der potentiellen Energie[3]).

1) Eine ausführlichere Begründung dieses Satzes, die aber gedanklich mit der hier skizzierten übereinstimmt, findet sich in meinem Buche Dynamik der Kristallgitter, Leipzig, B. G. Teubner, 1915.

2) Vgl. M. Born, Dynamik der Kristallgitter, l. c.

3) Vgl. M. Born, Kristallgitter, l. c.; man spezialisiere die Formeln (31), (32), (37), (41) für den Fall zweier Atome und regulärer Symmetrie.

$$\Phi = \tfrac{1}{2}A(x_x^2 + y_y^2 + z_z^2) + \tfrac{1}{2}B\{2(y_y z_z + z_z x_x + x_x y_y) + y_z^2 + z_x^2 + x_y^2, + C\{(u_1 - u_2)y_z + (v_1 - v_2)z_x + (w_1 - w_2)x_y\} + \tfrac{1}{2}D\{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2 + (w_1 - w_2)^2\}, \quad (8)$$

Wenn man hier die Glieder mit $u_1 \ldots$, $u_2 \ldots$ wegläßt, bleibt die bekannte Formel für die Energie, welche die phänomenologische Elastizitätstheorie benützt, nur dadurch spezialisiert, daß zwischen den 3 Konstanten dieser Theorie eine Relation besteht, welche sie auf 2, $A$ und $B$, reduziert (Rarikonstantentheorie [1]). Die Zusatzglieder mit $u_1, \ldots u_2, \ldots$ beziehen sich auf Erscheinungen, bei denen relative Verschiebungen der beiden Atomarten eintreten, wie Piezoelektrizität, dielektrische Erregung usw.; außerdem fällt ihnen auch noch die Aufgabe zu, die beiden Elastizitätskonstanten $A$, $B$ durch eine dritte zu ergänzen (und damit die Multikonstantentheorie wieder herzustellen).

Sobald der Ausdruck der Energiedichte aufgestellt ist, sind keine weiteren molekulartheoretischen Betrachtungen mehr nötig, sondern man kann die Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung nach den Regeln der Mechanik der Kontinua aufstellen.

Man wird daher zunächst die Spannungskomponenten

$$-X_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x_x} = A x_x + B(y_y + z_z), \ldots \quad (9)$$
$$-Y_z = \frac{\partial \Phi}{\partial y_z} = B y_z + C(u_1 - u_2), \ldots$$

und die Komponenten der auf die Volumeneinheit der einzelnen, als starr gedachten Atomgitter wirkenden Kraft

$$-X_1 = \frac{\partial \Phi}{\partial u_1} = C y_z + D(u_1 - u_2), \ldots \quad (10)$$
$$-X_2 = \frac{\partial \Phi}{\partial u_2} = -C y_z - D(u_1 - u_2), \ldots$$

bilden.

Ist $\mathfrak{E}$ ein elektrisches Feld, dem der Kristall ausgesetzt ist, so lauten die Bewegungsgleichungen:

$$\varrho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z} = \varrho_e \mathfrak{E}_x, \ldots$$
$$m_1 \frac{d^2 u_1}{dt^2} - X_1 V = e \mathfrak{E}_x, \ldots \quad (11)$$
$$m_2 \frac{d^2 u_2}{dt} - X_2 V = -e \mathfrak{E}_x, \ldots$$

Dabei ist $\varrho$ die Massendichte, die mit den Atommassen $m_1, m_2$ und dem Volumen $V$ des Elementar-Parallelepipeds durch die Beziehung

$$\varrho V = m_1 + m_2 \quad (12)$$

verknüpft ist. $e, -e$ sind die Ladungen der beiden Atome und $\varrho_e$ die Dichte der freien elektrischen Ladung; diese hängt mit dem elektrischen Momente der Volumeneinheit

$$\mathfrak{P} = \frac{e(u_1 - u_2)}{V} \quad (13)$$

mittelst der Formel

$$\operatorname{div} \mathfrak{P} = -\varrho_e \quad (14)$$

zusammen und verschwindet im Falle homogener Zustände. Schließlich ist das Moment $\mathfrak{P}$ mit der Feldstärke $\mathfrak{E}$ durch die aus den Maxwellschen Gleichungen folgende Relation

$$-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathfrak{P}}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial t^2} + \operatorname{rot}\operatorname{rot} \mathfrak{E} \quad (15)$$

verbunden. Zu den Gleichungen (11) treten noch Randbedingungen; wir wollen nur den Fall ins Auge fassen, daß die Spannungskomponenten am Rande gegebene Werte haben.

Der Gültigkeitsbereich dieser Gesetze, die zu gleicher Zeit die elastischen, piezoelektrischen, dielektrischen und die langwelligen optischen Vorgänge umfassen, wird durch die Bedingung abgegrenzt, daß die Zustandsgrößen innerhalb von Gebieten, die nur wenige Elementar-Parallelepipede des Gitters enthalten, merklich konstant sein müssen.

Hinsichtlich der Abhängigkeit von der Zeit sind zwei Fälle zu unterscheiden: 1. statische Zustände und unendlich langsame Vorgänge; 2. ultrarote Schwingungen.

1. Statische Zustände. Wir heben zwei ausgezeichnete Fälle hervor, wobei einmal das elektrische Feld, das andere Mal die elastischen Oberflächenkräfte fehlen.

a) Verschwindendes elektrisches Feld, $\mathfrak{E} = 0$. Hier handelt es sich um rein elastische Deformationen. Aus der zweiten oder dritten Gleichung (11) folgt $X_1 = X_2 = 0$, also nach (10)

$$u_2 - u_1 = \frac{C}{D} y_z. \quad (16)$$

Setzt man dies in (9) ein, so kann man schreiben:

$$-X_x = c_{11} x_x + c_{12}(y_y + z_z), \ldots \quad (17)$$
$$-Y_z = c_{44} y_z, \ldots;$$

dabei sind $c_{11}, c_{12}, c_{44}$ die Elastizitätskonstanten in der Voigtschen Bezeichnung, und es gilt

$$c_{11} = A, \quad c_{12} = B, \quad c_{44} = B - \frac{C^2}{D} \quad (18)$$

Setzt man ferner (16) in (13) ein, erhält man

$$\mathfrak{P}_x = e_{14} y_z, \ldots \quad (19)$$

wo

$$e_{14} = -\frac{e}{V}\frac{C}{D} \quad (20)$$

1) Vgl. Enzyklopädie d. math. Wiss. IV, 23. Art. von C. H. Müller und A. Timpe; s. insbesondere 4c, S. 37 ff.

gesetzt ist. $\mathfrak{P}$ ist das piezoelektrische Moment und $e_{14}$ die zugehörige Konstante in der Voigtschen Bezeichnung.

b) Verschwindende Randspannungen. Wir können das elektrische Feld $\mathfrak{E}$ und damit auch die Polarisation $\mathfrak{P}$ als räumlich konstant annehmen, so daß nach (14) $\varrho_e = 0$ ist. Dann folgt wegen $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$ aus der ersten Gleichung (11) und den Randbedingungen, daß alle Spannungskomponenten verschwinden. Insbesondere folgt aus $Y_z = 0$ nach (9)

$$\dot{y}_z = \frac{C}{B}(u_2 - u_1). \tag{21}$$

Setzt man das in (10) ein, so kommt

$$-X_1 = X_2 = \left(D - \frac{C^2}{B}\right)(u_1 - u_2)$$

und die zweite oder dritte Gleichung (11) gibt wegen $\frac{d^2 u_1}{dt^2} = \frac{d^2 u_2}{dt^2} = 0$:

$$V\left(D - \frac{C^2}{B}\right)(u_1 - u_2) = e\mathfrak{E}_x. \tag{22}$$

Daher entsteht nach (13) das Moment

$$\mathfrak{P} = \frac{e^2}{V^2\left(D - \frac{C^2}{B}\right)}\mathfrak{E}. \tag{23}$$

Das ist derjenige Anteil der dielektrischen Erregung, der von der Verschiebung der Ionengitter herrührt. Ist $\varepsilon$ die Dielektrizitätskonstante und $\varepsilon_0$ der Anteil, den die in den Atomen sitzenden Elektronen beisteuern, so gilt

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{e^2}{V^2\left(D - \frac{C^2}{B}\right)}. \tag{24}$$

Setzt man andrerseits den aus (22) folgenden Wert von $u_1 - u_2$ in (21) ein, so erhält man

$$y_z = \frac{-e\frac{C}{B}}{V\left(D - \frac{C^2}{B}\right)}\mathfrak{E}_x, \ldots\ldots \tag{25}$$

Das ist die zum piezoelektrischen Effekt reziproke Erscheinung. Die Konstante hat nach (18) und (20) den Wert

$$\frac{-e\frac{C}{B}}{V\left(D - \frac{C^2}{B}\right)} = \frac{-e\frac{C}{D}}{V\left(B - \frac{C^2}{D}\right)} = \frac{e_{14}}{c_{44}}, \tag{26}$$

so daß man die Gleichungen (25) in der Form

$$e_{14}\mathfrak{E}_x = c_{44} y_z = -Y'_z, \ldots\ldots$$

schreiben kann, wo $Y'_z$ ... diejenigen Spannungen sind, die dieselbe Verzerrung hervorrufen würden wie das Feld $\mathfrak{E}$. Dieser Effekt hängt also von den bereits eingeführten Konstanten ab.

2. Ultrarote Schwingungen. Wir betrachten nun Schwingungen, bei denen die Abhängigkeit der Zustandsgrößen von der Zeit durch den Faktor $e^{i\omega t}$ dargestellt wird, wobei die der Frequenz $\omega$ entsprechende Wellenlänge $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$ von der Größenordnung der Reststrahlen, etwa $10\,\mu = 10^{-3}$ cm, also $\omega$ von der Ordnung $10^{14}\,\mathrm{sec}^{-1}$ sein soll. Während nun in der elektrodynamischen Gleichung (15) die zweiten Ableitungen nach der Zeit den Faktor $\frac{1}{c^2}$ haben, ist das bei der elastischen (ersten) Gleichung (11) nicht der Fall; daraus folgt, daß, wenn das Glied rot rot $\mathfrak{E}$ in (15) mit den beiden ersten von gleicher Größenordnung ist, wie es bei einer elektrischen Welle sein muß, die 3 Glieder der Gleichung (11) nur dann von gleicher Größenordnung sein können, wenn die Amplituden von $u$, $v$, $w$ verschwiudend klein (von der Ordnung $\frac{1}{c^2}$) sind.

Dann folgt aber aus (7), daß die Deformationskomponenten sämtlich verschwindend klein sind. Während also die Berechnung der statischen Dielektrizitätskonstante nach 1, b) mit verschwindenden Spannungen erfolgen muß, ist bei ultraroten Schwingungen mit verschwindenden Deformationen zu rechnen. In diesem Falle haben infolge der Massenträgheit die Spannungen nicht Zeit, sich auszugleichen. Dieses Verhalten ist ganz analog der bekannten Tatsache, daß man bei der Fortpflanzung akustischer Wellen in Gasen mit der adiabatischen, nicht der isothermen Beziehung zwischen Druck und Volumen rechnen muß.

Für $y_z = 0$ folgt aus (10)

$$-X_1 = X_2 = D(u_1 - u_2), \tag{27}$$

und die zweite und dritte Gleichung (11) werden:

$$m_1 \frac{d^2 u_1}{dt^2} + DV(u_1 - u_2) = e\mathfrak{E}_x,$$

$$m_2 \frac{d^2 u_2}{dt^2} + DV(u_2 - u_1) = -e\mathfrak{E}_x,$$

und daraus folgt für Schwingungen der Frequenz $\omega$:

$$\left.\begin{aligned}(u_1 - u_2)\left\{-\omega^2 + DV\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)\right\} &= \\ = e\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)\mathfrak{E}_x.&\end{aligned}\right| \tag{28}$$

Das elektrische Moment ist also nach (13)

$$\mathfrak{P} = \frac{\frac{c^2}{V}\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}\right)}{DV\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}\right)-\omega^2}\mathfrak{E} = \frac{\frac{c^2}{V}\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}\right)}{\omega_0^2-\omega^2}\mathfrak{E}. \tag{29}$$

Die Formel zeigt, daß für die Frequenz

$$\omega_0 = \sqrt{DV\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}\right)} \tag{30}$$

Resonanz eintritt; diese Frequenz muß also, bis auf den kleinen, durch Vernachlässigung der Absorption entstehenden Fehler, die des Reststrahls sein.

Geht man in (29) zur Grenze $\omega = 0$ über, so erhält man nicht den Beitrag der Gitterschwingungen zur statischen Dielektrizitätskonstante, wie er durch (23) definiert ist, sondern

$$\mathfrak{P} = \frac{c^2}{V^2 D}\mathfrak{E}. \tag{31}$$

In der Tat ist dieser Grenzübergang nicht erlaubt, weil sich bei abnehmendem $\omega$ der Übergang des deformationsfreien in den spannungsfreien Prozeß vollzieht.

Berechnen wir der Vollständigkeit halber noch die Größe der elastischen Spannungen, die die elektrische Welle begleiten, so finden wir aus (9) und (28):

$$X_x = 0, \ldots\ldots$$
$$-Y_z = \frac{eC\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}\right)}{\omega_0^2-\omega^2}\mathfrak{E}_x, \ldots\ldots \tag{32}$$

Damit sind die durch unseren Ansatz (8) dargestellten Erscheinungen erschöpft.

Überblicken wir die Ausbeute, so finden wir 6 meßbare Konstanten, die wir hier noch einmal zusammenstellen:

$$c_{11} = A, \quad c_{12} = B, \quad c_{44} = B - \frac{C^2}{D}, \tag{18}$$

$$e_{14} = -\frac{e}{V}\frac{C}{D}, \tag{20}$$

$$\varepsilon - \varepsilon_0 = \frac{c^2}{V^2\left(D - \frac{C^2}{B}\right)}, \tag{21}$$

$$\omega_0 = \sqrt{DV\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}\right)}. \tag{22}$$

Hinsichtlich der Meßbarkeit von $\varepsilon - \varepsilon_0$ ist noch zu sagen, daß $\varepsilon_0$ als der Wert des Quadrats des Brechungsindex erscheint, den dieser im Ultraroten annimmt, bevor der Einfluß der Reststrahlfrequenz sich bemerkbar macht[1]).

1) Ich habe daher in meiner zit. Arbeit $\varepsilon_0$ mit $n^2$ bezeichnet.

Diese 6 meßbaren Konstanten drücken sich durch $e, m_1, m_2, V$ und durch die 4 Konstanten $A, B, C, D$ aus. Folglich lassen sich zwei von $A, B, C, D$ freie Beziehungen zwischen ihnen aufstellen, und zwar kann man diese so einrichten, daß sie an Stelle der Größen $e, m_1, m_2, V$ nur die durch (12) definierte Massendichte $\varrho$, die Atomgewichte $\mu_1 = N m_1$, $\mu_2 = N m_2$, die Elektrovalenz $z$ und die Faradaysche Konstante $F = \sqrt{4\pi N}\, e_0$ enthalten, wenn N die Avogadrosche Zahl, $e_0$ die Ladung des Elektrons in rationellen Einheiten ($e = z e_0$) ist. Aus (18) folgt

$$C^2 = D(c_{12} - c_{44}),$$
$$D - \frac{C^2}{B} = D\frac{c_{44}}{c_{12}};$$

daher erhalten wir aus (21)

$$\varepsilon - \varepsilon_0 = \frac{e^2 c_{12}}{V^2 D c_{44}}$$

und aus (20)

$$e_{14}^2 = \frac{e^2(c_{12} - c_{44})}{V^2 D}.$$

Eliminiert man hieraus $D$, so kommt:

$$\frac{e_{14}^2}{\varepsilon - \varepsilon_0} = (c_{12} - c_{44})\frac{c_{44}}{c_{12}}. \tag{23}$$

Das ist die eine der gesuchten Relationen, die von allen molekularen Größen völlig frei ist. Die andere kann man in zwei Formen schreiben, je nachdem man $D$ aus der einen oder andern Gleichung entnimmt und in (22) einsetzt:

$$\omega_0 = e\sqrt{\frac{c_{12}}{c_{44}}\cdot\frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_0}\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}\right)\cdot\frac{1}{V}} = \frac{e}{e_{14}}\sqrt{(c_{12} - c_{44})\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}\right)\frac{1}{V}}. \tag{24}$$

Führt man hier die Wellenlänge $\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega_0}$ ein, so erhält man nach leichter Rechnung:

$$z\lambda_0 = \frac{c\sqrt{\pi}}{F}\sqrt{\frac{c_{44}}{c_{12}}(\varepsilon - \varepsilon_0)\frac{\mu_1\mu_2}{\varrho}} = \frac{c\sqrt{\pi}}{F}e_{14}\sqrt{\frac{1}{c_{12} - c_{44}}\cdot\frac{\mu_1\mu_2}{\varrho}}. \tag{25}$$

Die erste Form für $z\lambda_0$ stimmt mit dem früher von mir abgeleiteten Gesetz überein, wenn man $c_{12} = c_{44}$ setzt; damit kommt man auch im wesentlichen auf das Ergebnis von Dehlinger zurück.

Wir können jetzt die Tragweite unserer ursprünglichen Ansätze überblicken.

Es kommt vor allem auf die Konstante $C$ an. Verschwindet diese, so folgt aus (20), daß $e_{14} = 0$ ist, und zugleich aus (18), daß die Cauchysche Relation $c_{12} = c_{44}$ erfüllt ist.

Nun zeigt aber der Ausdruck (8) für die potentielle Energie $\Phi$, daß für Kristalle mit Symmetriezentrum $C = 0$ ist. Daß diese nicht piezoelektrisch sein können ($e_{14} = 0$), ergibt auch die phänomenologische Theorie. Darüber hinaus verlangt aber unser Ansatz, daß für alle zweiatomigen, regulären Kristalle mit Symmetriezentrum $c_{12} = c_{44}$ sein muß. Die Erfahrung lehrt, daß das nicht der Fall ist; W. Voigt[1]) hat die folgenden Elastizitätskonstanten gemessen:

| | $c_{11} \cdot 10^{-11}$ | $c_{12} \cdot 10^{-11}$ | $c_{44} \cdot 10^{-11}$ |
|---|---|---|---|
| Flußspat . . . . | 16,4 | 4,49 | 3,38 |
| Steinsalz . . . . | 4,69 | 1,30 | 1,27 |
| Sylvin . . . . . | 3,68 | 0,194 | 0,642 |
| Natriumchlorat . . | 6,50 | —2,10 | 1,20 |
| Pyrit. . . . . | 36,1 | —4,74 | 10,55 |

Von diesen Kristallen haben Flußspat, Steinsalz und Pyrit ein Zentrum der Symmetrie; gleichwohl ist die Beziehung $c_{12} = c_{44}$ nur bei Steinsalz angenähert erfüllt. Bei Pyrit haben $c_{12}$ und $c_{44}$ sogar entgegengesetzte Vorzeichen.

Dies zeigt, daß die unseren Betrachtungen zugrunde gelegten Annahmen nicht richtig sind; die Atome verhalten sich tatsächlich nicht wie Massenpunkte. Wir werden im nächsten Paragraphen andeuten, in welchem Sinne die Theorie zu erweitern ist, um von diesen Abweichungen Rechenschaft zu geben.

Wir können daher auch gar nicht erwarten, daß die Formeln (23) und (25) genau stimmen. Die beste Aussicht hat noch die erste Form der Formel (25), in der man dann konsequenterweise $c_{12} = c_{44}$ setzen wird, weil unsere Theorie die Ursachen für den Unterschied von $c_{12}$ und $c_{44}$ nicht hinreichend erfaßt. In der Tat habe ich in der eingangs zitierten Arbeit angenäherte Übereinstimmung für Steinsalz, Sylvin, Bromkalium, Jodkalium gefunden (Abweichungen etwa 16 Proz.), etwas schlechtere für Flußspat (vgl. auch die Tabelle am Schlusse dieser Arbeit). Die Formel (23) und den zweiten Ausdruck von $z\lambda_0$ nach (25) kann man nur als rohe Größenordnungsbeziehungen ansehen. Man könnte diese etwa an Zinkblende ($ZnS$) prüfen, aber leider sind die Elastizitätskonstanten von dieser Substanz nicht bekannt. Man könnte ferner daran denken, Natriumchlorat heranzuziehen, wo die Konstanten $c_{11}$, $c_{12}$, $c_{44}$, $e_{14}$ bekannt sind; zwar ist dieser Kristall nicht zweiatomig, aber man könnte die Ionen $Na^+$ und $ClO_3^-$ wie Atome behandeln. Doch sieht man sofort, daß dieser Stoff der Theorie nicht gehorcht, denn nach obiger Tabelle ist $c_{12} - c_{44} < 0$, so daß die Quadratwurzel in dem zweiten Ausdruck (25) für $z\lambda_0$ imaginär wird.

Daß immerhin in (23) und (25) eine richtige Größenordnungsbeziehung steckt, sieht man so: Die Elastizitätskonstanten sind in absoluten Einheiten von der Ordnung $10^{11}$, die piezoelektrische Konstante von der Ordnung $10^4$; der Zahlenfaktor in (25) ist

$$\frac{c\sqrt{\pi}}{F} = 1{,}8 \cdot 10^{-4}.$$

Daher wird

$$z\lambda_0 \sim 2 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4 \sqrt{10^{-11} \frac{\mu_1 \mu_2}{\varrho}},$$

$$z\lambda_0 \sim 2 \cdot 10^{-5} \sqrt{\frac{\mu_1 \mu_2}{10\varrho}};$$

für mittlere Atomgewichte $\mu \sim 50$ und $\varrho \sim 1$ ergibt sich daher

$$z\lambda_0 \backsim 3 \cdot 10^{-4} \text{ cm},$$

so daß die Wellenlänge tatsächlich in der Gegend der ultraroten Eigenfrequenzen (Reststrahlen) herauskommt.

## § 3. Der Einfluß der Elektronen auf den Brechungsindex im Ultraroten.

Wir haben gesehen, daß unter der Voraussetzung der Atome als punktförmiger Kraftzentren eine Abweichung von der Cauchyschen Relation bei zweiatomigen regulären Kristallen nur dadurch erklärt werden kann, daß die beiden Gitter ohne Symmetriezentrum ineinander gestellt angenommen werden. Sobald ein Symmetriezentrum da ist, folgt die Cauchysche Relation; und erst recht ist das der Fall bei einatomigen Kristallen, wie die Metalle *Au*, *Ag*, *Pt*, *Al*, *Cu* usw. Die Metalle stellen quasiisotrope Gemenge dar, haben also nur 2 meßbare Elastizitätskonstanten; Voigt[1]) hat gezeigt, daß zwischen diesen eine Beziehung gelten müßte, sobald für die einzelnen regulären Kristallindividuen des Gemenges die Cauchysche Relation erfüllt ist, und da in Wirklichkeit jene Beziehung nicht statthat, so ist damit bewiesen, daß die Atome der Metalle nicht als Massenpunkte im Gitterverbande angenommen werden dürfen.

Aus diesem Grunde hat Voigt die Annahme gemacht, daß die Atome als starre Körper anzusehen sind, die außer Verschiebungen auch Drehungen ausführen können, also nicht 3, sondern 6 Freiheitsgrade haben[2]). In

1) W. Voigt, Lehrbuch der Kristallphysik, l. c. Kap. 7, § 372, S. 744. Die Angaben unserer Tabelle sind auf cgs-Einheiten umgerechnet.

1) W. Voigt, Kristallphysik l. c., Anhang II, § 469 ff., S. 954; vgl. insbes. § 472, S. 962.

2) W. Voigt, Kristallphysik, l. c., VII. Kap., II. Abschn., S. 596.

der Tat fallen auf diese Weise alle Schwierigkeiten hinsichtlich der Cauchyschen Relationen fort.

Mir scheint ein etwas allgemeinerer Ansatz vorteilhaft. Nach allen unsern Kenntnissen über das Verhalten der Atome unter der Wirkung von Licht- und Röntgenstrahlen usw. müssen wir schließen, daß das Atom aus einem positiven Kerne besteht, der von einem Schwarm von Elektronen umgeben ist. Somit hat das Atom in Wirklichkeit eine große Anzahl von Freiheitsgraden, die mehr oder minder steif sein werden; sind die Elektronen in ihren Gleichgewichtslagen (bzw. ihren stationären Bahnen nach Bohr) relativ zum Atomkern sehr fest gebunden, so kommt man auf die Voigtsche Hypothese starrer Atome zurück. Die potentielle Energie eines aus Kernen und Elektronen gebildeten regulären Kristalles hat die Form

$$\left.\begin{aligned}\Phi = {} & \tfrac{1}{2}A\,(x_x^2+y_y^2+z_z^2)+\\ & +\tfrac{1}{2}B\,\{2(y_yz_z+z_zx_x+x_xy_y)+y_z^2+z_x^2+x_y^2\}\\ & +y_z\textstyle\sum_i C_iu_i+z_x\sum_i C_iv_i+x_y\sum_i C_iw_i\\ & +\tfrac{1}{2}\textstyle\sum_i\sum_k D_{ik}u_iu_k,\end{aligned}\right| \qquad (26)$$

wobei wegen des Schwerpunktsatzes die Relationen

$$\sum_i C_i = 0, \quad \sum_k D_{ik} = 0, \quad (D_{ik} = D_{ki}) \qquad (27)$$

erfüllt sein müssen. Dabei sind $u_i$, $v_i$, $w_i$ die Verschiebungskomponenten irgendeines einfachen Gitters, das aus entsprechend liegenden, gleichen Partikeln (Kernen oder Elektronen) aufgebaut ist. In der Tat folgt hieraus nach der in § 2 mitgeteilten Methode, daß die Cauchysche Relation $c_{12} = c_{44}$ nicht erfüllt zu sein braucht, auch bei zentralsymmetrischen Kristallen; denn bei diesen werden die Koeffizienten $C_i$ im allgemeinen nicht verschwinden, weil bei einer Inversion die $u_i$, $v_i$, $w_i$ nicht nur ihr Vorzeichen umkehren, sondern zugleich die Indizes $i = 1, 2, \ldots$ sich in bestimmter Weise permutieren.

Die Vorstellung der Elektronenwolke scheint mir vor der Voigtschen Hypothese der starren Molekeln den Vorzug zu haben, daß sie die Abweichungen von der ersten Formel (25) leichter verständlich macht. Bei *NaCl* ist z. B., wie die Tabelle auf S. 545 zeigt, die Relation $c_{12} = c_{44}$ nahezu erfüllt; trotzdem liefert die Berechnung von $\lambda_0$ aus $\varepsilon - \varepsilon_0$ nach (25) einen um 20 Proz. zu großen Wert. Man kann nur schwer verstehen, daß die Drehung der Atome diesen beiden Tatsachen zugleich gerecht werden soll; wenn die Atome überdies zentralsymmetrische Ladungsverteilung haben, ist überhaupt schwer verständlich, wie die Drehung die Beziehung zwischen $\varepsilon - \varepsilon_0$ und $\lambda_0$ beeinflussen soll. Dagegen ist ohne weiteres klar, daß die Annahme von deformierbaren Elektronenwolken um die Atomkerne einen Einfluß dieser auf $\varepsilon - \varepsilon_0$ ergibt, wenn man die (elektrischen) Koppelungen zwischen den beiden Elektronenwolken berücksichtigt. Es scheint mir nicht überflüssig, dies durch eine kleine Rechnung näher auszuführen.

Der Einfachheit halber wollen wir annehmen, daß die Koeffizienten $C_i$ zu vernachlässigen sind; dann braucht man nicht zwischen spannungsfreien (statischen) Zuständen und deformationsfreien (ultraroten) Schwingungen zu unterscheiden. Die Bewegungsgleichungen unter der Wirkung eines elektrischen Feldes $\mathfrak{E}$ werden [analog zu § 2, (11)]

$$m_i\frac{d^2u_i}{dt^2} + V\sum_k D_{ik}u_k = e_i\mathfrak{E}_x, \cdots \qquad (28)$$

und wir können diese sowohl auf statische Zustände als auch auf Schwingungen anwenden. Wir wollen nun aber die Verrückungskomponenten der beiden Kerne von denen der Elektronen unterscheiden; die ersteren bezeichnen wir mit $U_1, \ldots$ und $U_2, \ldots$ die letzteren mit $u_1, \ldots, u_2, \ldots$ usw. Ferner machen wir die Annahme, daß im ultraroten Frequenzbereiche die Masse der Elektronen gegen die der Kerne zu vernachlässigen ist. Dann können wir die Bewegungsgleichungen folgendermaßen schreiben:

$$\left.\begin{aligned} m_1\frac{d^2U_1}{dt^2} + (A+\textstyle\sum_i a_i)\,U_1 - A\,U_2 - \sum_i a_iu_i &= n_1e\mathfrak{E}_x,\\ m_2\frac{d^2U_2}{dt^2} + (A+\textstyle\sum_i b_i)\,U_2 - A\,U_1 - \sum_i b_iu_i &= n_2e\mathfrak{E}_x,\\ -a_kU_1 - b_kU_2 + \textstyle\sum_i c_{ki}u_i &= -e_i\mathfrak{E}_x;\end{aligned}\right| \qquad (29)$$

dabei sind für die Koeffizienten $VD_{ik}$ neue Zeichen eingeführt, je nachdem sie sich auf die Koppelung zweier Kerne, zweier Elektronen oder eines Kerns mit einem Elektron beziehen; eine Verteilung der Elektronen auf die beiden Atome ist vorläufig noch nicht vorgenommen. $n_1$, $n_2$ sind die Kernladungszahlen. Zugleich sind die Relationen (24) $\sum_i D_{ik} = 0$ für die beiden ersten Gleichungen erfüllt; für die übrigen muß

$$c_{ki} = c_{ik}, \qquad a_k + b_k = \sum_i c_{ki} \qquad (30)$$

sein.

Wir betrachten zunächst die freien Schwingungen ($\mathfrak{E} = 0$). Die Lösungen der linearen Gleichungen

$$\sum_i c_{ki}u_i = \xi_k$$

seien

$$u_i = \sum_k \gamma_{ik} \xi_k,$$

so daß

$$\sum_k \gamma_{ik} c_{kj} = \delta_{ij} \tag{31}$$

ist, wobei

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 \text{ für } i \neq j, \\ 1 \text{ für } i = j. \end{cases}$$

Dann folgt aus der dritten Gleichung (29) für $\mathfrak{E} = 0$:

$$u_i = U_1 \sum_k \gamma_{ik} a_k + U_2 \sum_k \gamma_{ik} b_k.$$

Setzt man das in die beiden ersten Gleichungen (29) ein, so kommt

$$m_1 \frac{d^2 U_1}{dt^2} + (A + \sum_i a_i - \sum_i \sum_k \gamma_{ik} a_i a_k) U_1 - (A + \sum_i \sum_k \gamma_{ik} a_i b_k) U_2 = 0,$$

$$m_2 \frac{d^2 U_2}{dt^2} - (A + \sum_i \sum_k \gamma_{ik} b_i a_k) U_1 + (A + \sum_i b_i - \sum_i \sum_k \gamma_{ik} b_i b_k) U_2 = 0.$$

Nun ist aber nach (30) und (31)

$$\sum_i \sum_k \gamma_{ik} a_i a_k = -\sum_i \sum_k \gamma_{ik} a_i (b_k - \sum_j c_{kj}) = -\sum_i \sum_k \gamma_{ik} a_i b_k + \sum_i a_i;$$

daher reduzieren sich die 4 Koeffizienten auf den einen Wert

$$A' = A + \sum_i \sum_k \gamma_{ik} a_i b_k, \tag{32}$$

und die Schwingungsgleichungen lauten

$$m_1 \frac{d^2 U_1}{dt^2} + A'(U_1 - U_2) = 0,$$

$$m_2 \frac{d^2 U_2}{dt^2} + A'(U_2 - U_1) = 0.$$

Daraus ergibt sich die Frequenz

$$\omega_0 = \sqrt{A' \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)}. \tag{33}$$

Jetzt betrachten wir die Wirkung eines statischen Feldes $\mathfrak{E}$, setzen also in (29) die zeitlichen Ableitungen gleich Null. Aus der letzten Gleichung folgt:

$$u_i = \sum_k \gamma_{ik} (-e\mathfrak{E}_x + a_k U_1 + b_k U_2) = -e\mathfrak{E}_x \sum_k \gamma_{ik} + U_1 \sum_k \gamma_{ik} a_k + U_2 \sum_k \gamma_{ik} b_k.$$

Damit verwandeln sich die beiden ersten Gleichungen in

$$A'(U_1 - U_2) = e\mathfrak{E}_x (n_1 - \sum_i \sum_k \gamma_{ik} a_i),$$

$$A'(U_2 - U_1) = e\mathfrak{E}_x (n_2 - \sum_i \sum_k \gamma_{ik} b_i)$$

diese sind miteinander verträglich, weil wegen (30) und (31) die Summe der rechten Seiten verschwindet. Aus der ersten Gleichung folgt:

$$U_2 = U_1 - \frac{e}{A'} \mathfrak{E}_x (n_1 - \sum_i \sum_k \gamma_{ik} a_i).$$

Das setzen wir in die dritte Gleichung (29) ein:

$$-U_1 (a_k + b_k) + b_k \frac{e}{A'} \mathfrak{E}_x (n_1 - \sum_i \sum_k \gamma_{ik} a_i) + \sum_i c_{ki} u_i = -e\mathfrak{E}_x,$$

oder nach (30):

$$\sum_i c_{ki} (u_i - U_1) = -b_k \frac{e}{A'} \mathfrak{E}_x (n_1 - \sum_i \sum_k \gamma_{ik} a_i) - e\mathfrak{E}_x.$$

Durch Auflösen erhalten wir:

$$u_i - U_1 = -\frac{e}{A'} \mathfrak{E}_x (n_1 - \sum_i \sum_k \gamma_{ik} a_i) \sum_i \gamma_{ik} b_k - e\mathfrak{E}_x \sum_k \gamma_{ik}.$$

Das elektrische Moment der Volumeneinheit ist

$$\mathfrak{P}_x = \frac{e}{V} (n_1 U_1 + n_2 U_2 - \sum u_i) = \frac{e}{V} \left\{ n_2 (U_2 - U_1) - \sum_i (u_i - U_1) \right\}.$$

Setzen wir hier die gefundenen Ausdrücke für $U_2 - U_1$ und $u_i - U_1$ ein, so erhalten wir

$$\mathfrak{P}_x = \frac{e^2}{V} \mathfrak{E}_x \left\{ -\frac{n_2}{A'} (n_1 - \sum_i \sum_k \gamma_{ik} a_i) + \frac{1}{A'} (n_1 - \sum_i \sum_k \gamma_{ik} a_i) \sum_i \sum_k \gamma_{ik} b_k + \sum_i \sum_k \gamma_{ik} \right\}.$$

$$\mathfrak{P}_x = \frac{e^2}{V} \mathfrak{E}_x \left\{ -\frac{1}{A'} (n_1 - \sum_i \sum_k \gamma_{ik} a_i)(n_2 - \sum_i \sum_k \gamma_{ik} b_k) + \sum_i \sum_k \gamma_{ik} \right\}.$$

Nun folgt aus (30):

$$\sum_i \sum_k \gamma_{ik} (a_i + b_i) = \sum_i \sum_k \gamma_{ik} c_{kj} = \sum_i \delta_{ij} = (n_1 + n_2),$$

daher kann man schreiben:

$$\mathfrak{P}_x = \frac{e^2}{V} \mathfrak{E}_x \left\{ \frac{1}{A'} (n_1 - \sum_i \sum_k \gamma_{ik} a_i)^2 + \sum_i \sum_k \gamma_{ik} \right\}.$$

Würden die beiden positiven Kerne festgehalten werden, so ergäbe sich offenbar das Moment

$$\mathfrak{P}_x = \frac{e^2}{V} \mathfrak{E}_x \sum_i \sum_k \gamma_{ik}.$$

Setzen wir nun

$$\mathfrak{P}_x = (\varepsilon_0 - 1) \mathfrak{E}_x,$$

so ist

$$\varepsilon_0 = 1 + \frac{e^2}{V} \sum_i \sum_k \gamma_{ik} \tag{34}$$

der (früher auch mit $n_r^2$ bezeichnete) Wert der optischen Dielektrizitätskonstante in demjenigen ultraroten Teile des Spektrums, wo die Eigenschwingung der Kerne noch nicht merklich ist.

Setzen wir für $A'$ seinen Wert aus (33) ein und benützen die Abkürzung

$$z' = n_1 - \sum_i \sum_k \gamma_{ik} a_i, \tag{34}$$

so erhalten wir

$$\mathfrak{P}_x = (\varepsilon - 1)\mathfrak{E}_x,$$

wo

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{e^2 z'^2}{V \omega_0^2}\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right), \tag{36}$$

oder

$$z' \lambda_0 = \frac{c\sqrt{\pi}}{F}\sqrt{(\varepsilon - \varepsilon_0)\frac{\mu_1 \mu_2}{\varrho}}. \tag{37}$$

Wir gelangen also zur Gleichung (25) des § 2 zurück, wobei nur $c_{12} = c_{44}$ gesetzt ist und statt der Elektrovalenz $z$ die durch (35) definierte Größe $z'$ steht, die von den Koppelungen der Elektronen abhängt.

Wenn die Elektronen des einen Atoms mit denen des andern nicht gekoppelt sind, hat das Schema der $a_i$, $b_i$ und $c_{ik}$ die Form

$$\begin{array}{cc|cccccccc}
a_1 & 0 & c_{11}, & c_{12}, & \cdots & c_{1p_1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
a_2 & 0 & c_{21} & c_{22}, & \cdots & c_{2p_1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
a_{p_1} & 0 & c_{p_1 1} & c_{p_1 2} & \cdots & c_{p_1 p_1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & b_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \bar{c}_{11} & \bar{c}_{12} & \cdots & \bar{c}_{1p_1} \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
0 & b_{p_2} & 0 & 0 & \cdots & 0 & \bar{c}_{p_2 1} & \bar{c}_{p_2 2} & \cdots & \bar{c}_{p_2 p_2}
\end{array}$$

wo $p_1$ und $p_2$ die Elektronenzahlen der beiden Atome sind, also $p_1 + p_2 = n_1 + n_2$; dann folgt aus (30):

$$\sum_i \sum_k \gamma_{ik} a_i = \sum_i \sum_k \sum_j \gamma_{ik} c_{kj},$$

wo die Summationen nur bis $p_1$ erstreckt zu werden brauchen; wegen (31) hat diese Summe den Wert $p_1$. Daher wird nach (35)

$$z' = n_1 - p_1 = z;$$

denn $z$ ist der Überschuß der Kernladungszahl des ersten Atoms über seine Elektronenzahl. Wenn aber Koppelungen zwischen den Elektronen der beiden Atome vorhanden sind, wird $z'$ von $z$ verschieden. Eine genaue Berechnung von $z'$ ließe sich nur durchführen, wenn die Konstitution der Atome genau bekannt wäre, wobei dann wohl auch unser quasielastischer Ansatz im Sinne der Bohrschen Modelle abgeändert werden müßte.

Man kann für die Kristalle der Verbindungen eines Alkalimetalls mit einem Halogen einen empirischen Wert von $z'$ angeben, nämlich

$$z' = 1{,}237.$$

Damit ergibt sich folgende Tabelle[1]):

| Substanz | Formel | $z\lambda_0$ (ber.) | $\lambda_0$ | Reststrahl |
|---|---|---|---|---|
| Steinsalz | $NaCl$ | 66,7 | 54,0 | 52,0 |
| Sylvin | $KCl$ | 78,0 | 63,2 | 63,4 |
| Bromkalium | $KBr$ | 94,0 | 76,1 | 82,6 |
| Jodkalium | $KJ$ | 115,0 | 93,0 | 94,1 |

Diese Übereinstimmung scheint die Annahme[2]) zu bestätigen, daß der Aufbau der äußeren, locker gebundenen Elektronen bei den Atomen dieser Kristalle nahezu identisch ist.

1) Die Werte von $z'\lambda_0$ sind meiner zit. Arbeit, Tab. I, entnommen.

2) Nach W. Kossel (Ann. d. Phys. (4) 49, 229, 1916) würden sowohl die Alkali- als die Halogen-Atome nach Austausch eines Elektrons den äußeren Charakter des dazwischen liegenden Edelgases haben.

(Eingegangen 6. September 1918.)

## Zur Theorie des Glimmstroms. VII.

### Eine Übersicht.

Von Ragnar Holm.

### § 1. Einleitung.

In den letzten Jahren habe ich in dieser Zeitschrift eine Reihe Arbeiten „Zur Theorie des Glimmstroms" veröffentlicht. Wie in der ersten hervorgehoben wurde, waren meine Arbeitsbedingungen ungünstig. Daher kam es, daß viele Beobachtungen nur provisorischen Charakter bekamen und daß auch einige theoretische Abschnitte unklar bzw. fehlerhaft wurden. Immerhin dürfte ich wohl mit meiner, die Theorien von J. J. Thomson, J. Stark usw. ergänzenden Theorie das angestrebte Ziel erreichen können, nämlich einheitliche Behandlung vieler vorher ungeklärter Fragen und die Anregung zur Weiterarbeit auf diesem Gebiete. Besonders wegen der Mängel der ersten Veröffentlichungen scheint es mir zweckmäßig, eine mit berichtigenden bzw. ergänzenden Bemerkungen versehene Übersicht meiner Theorie als eine Art Abschluß zu geben. Eine solche soll hier im Zusammenhang mit einer kleinen experimentellen Arbeit zum selben Thema gebracht werden. Auf meine erwähnten früheren Arbeiten[1]), die mit römischen Zahlen I, II,

1) R. Holm, Zur Theorie des Glimmstroms, diese Zeitschrift: I mit §§ 1, 2, 3 in 15, 241—248, 1914; II mit

III, IV, V, VI numeriert und in Paragraphen aufgeteilt wurden, verweise ich, indem ich einfach die betr. Abhandlungs- (römisch) und Paragraphen- (arabisch)Nummern angebe. Die folgenden Paragraphen sind je einer Haupthypothese bzw. Abteilung meiner Theorie gewidmet.

## § 2. Ähnlichkeitsbetrachtungen.

Ganz besonders haben sich die auf Grund von Ähnlichkeitsbetrachtungen hergeleiteten Gesetze A bis F in II § 4 bewährt. Diese Betrachtungen sind sehr allgemein gehalten und gelten für alle Teile des Glimmstroms. Sie sind in II § 4 schon in möglichst kurzer Weise ausgedrückt und hergeleitet.

Es ist hervorzuheben, wie auf Grund der Gesetze A bis F Beziehungen zwischen Stromdichte vor der Kathode, Gasdichte und Kathodenfall hergeleitet werden können; siehe IV § 8 und besonders VI [1]), wo die betr. Beweisführung besser dargestellt ist.

Wie in VI erwähnt, ist meine Theorie des Kathodenfalles mit einer später als meine Abhandlung IV von Skinner [2]) veröffentlichten Theorie verwandt und wird von Skinners Beobachtungen bestätigt.

In II § 4 habe ich die Gesetze A bis F hauptsächlich durch vorgefundene Beobachtungen an der positiven Säule zu stützen gesucht. Diese, wie auch die angeführten eigenen, sind aber weniger zu dem betr. Zwecke geeignet, weil sie nicht mit Gasfüllungen von übereinstimmendem Reinheitsgrad ausgeführt wurden. Einige spätere, den Zusammenhang zwischen Rohrdurchmesser, Druck- und Stromstärke in der positiven Säule betreffende Beobachtungen von mir haben eine bedeutend genauere Bestätigung der Theorie gegeben.

## § 3. Wiedervereinigung in zwei Stufen.

Aus gewissen Eigenschaften der positiven Säule konnte ich wichtige Gesetze herleiten. Es sei zunächst an die Theorie der Wiedervereinigung freier Elektronen und Ionen erinnert. In I § 2 wurde nämlich wahrscheinlich gemacht, daß die Wiedervereinigung in zwei Stufen vonstatten geht. Die erste Stufe besteht darin, daß freie Elektronen durch „Kleben" an Moleküle lose gebunden werden. Die zweite Stufe besteht darin, daß so gebremste Elektronen im starken, ein positives Ion umgebenden Feld aus ihrer losen Verbindung mit dem Molekül gerissen werden, auf das Ion auffliegen und von ihm fest gebunden werden (die eigentliche Wiedervereinigung).

Wenn ein Kleben nicht auftritt, wie gerade in reinen Edelgasen, so kann Wiedervereinigung nur so zustande kommen, daß im Felde frei bewegliche Elektronen von Ionen aufgefangen werden. Die geschieht aber äußerst spärlich, weil die im Felde zur Geschwindigkeit gelangten Elektronen Kometenbahnen um die Ionen herum beschreiben und diese nicht treffen.

Beobachtungen an reinen Edelgasen bestätigen die Theorie, indem auf der Wiedervereinigung beruhende, weiter unten zu besprechende Phänomene in ihnen wegfallen, vgl. § 9, hier unten.

Gleichzeitig mit mir hat Child [1]) darauf hingewiesen, daß der Wiedervereinigung ein Auffangen der Elektronen durch neutrale Moleküle vorangehen muß.

Dank der genannten Wiedervereinigungstheorie wird es möglich, die eigentümliche Beziehung zwischen dem Gradienten und der Stromstärke in der positiven Säule zu erklären, siehe § 4. Ein anderer wesentlicher Erfolg der betr. Theorie ist die erste theoretisch einwandfreie Erklärung des ersten Kathodendunkelraumes, siehe unten §§ 8 und 9.

## § 4. Der Gradient der positiven Säule [2]).

In I § 2 wird bewiesen, daß in der positiven Säule Ionisation stattfindet und stattfinden muß, um den Elektronenverlust infolge Wiedervereinigung zu ersetzen. Dabei holen sich die Elektronen ihre Ionisationsgeschwindigkeit meistens erst auf mehreren freien Weglängen. Es ist also nicht notwendig, daß die Ionisationsspannung schon auf eine freie Weglänge fällt. Es wird weiter für den besonderen, selten verwirklichten Fall paralleler Stromlinien bewiesen, daß der Potentialfall pro mittlere freie Weglänge in der positiven Säule ein ganz bestimmter, eine Materialkonstante werden muß.

Die Unabhängigkeit des Potentialfalles pro

---

§§ 4, 5 in **15**, 289—293, 1914; III mit § 6 in **15**, 782—785, 1914; IV mit §§ 7, 8, 9 in **16**, 20—30, 1915; V mit §§ 10, 11, 12, 13 in **16**, 70—81, 1915; VI in **17**, 402—405, 1916.

1) Leider kommt hier unter der Formel (11) Seite 404 ein störender Druckfehler vor, indem es steht „Stromdichte . . . . angenähert umgekehrt prop. dem Druck", wo „umgekehrt" gestrichen werden muß.

2) C. A. Skinner, Phys. Rev. **5**, 483 und **6**, 158, 1915; vgl. W. L. Cherry, Phys. Rev. **7**, 241, 1916 und W. Neuswanger, Phys. Rev. **7**, 253, 1916.

1) C. D. Child, Phil. Mag. **27**, 277, 1914.

2) Vgl. das Referat, Handb. d. Radiologie, Bd. III, S. 91 u. 92.

freie Weglänge von Strom und Druck tritt allerdings bei den üblichen Versuchen zunächst nicht zutage, sondern der Gradient ist bei kleinem Strom recht groß und nähert sich erst bei großen Stromstärken einem konstanten Endwert, wobei die ursprüngliche Abweichung von diesem größer ausfällt, je enger das betr. Rohr ist.

Die Abweichung der Beobachtungen von der für parallele Stromlinien geltenden Theorie suchte ich zuerst durch eine nicht gut getroffene Hypothese E in I § 2 zu erklären. In III § 6 ersetzte ich die Hypothese E durch eine andere E′, welche näherliegend ist und vermutlich gut der Wirklichkeit entspricht. Die Hypothese E′, etwas verbessert, besagt in Kürze:

Erstens: Ein wichtiger Elektronenverlust der positiven Säule beruht auf einer Elektronendiffusion, aus der das Rohr nie ganz ausfüllenden eigentlichen Strombahn in umgebende, wenig stromfördernde Gebiete[1]), wo die Wiedervereinigung überwiegt. Um die vergrößerte Wiedervereinigung wettzumachen, muß die Ionisation in der Strombahn mittels erhöhtem Gradienten verstärkt werden[2]).

Zweitens: Die vom Stromvorgang aufrecht erhaltenen Ladungen bedingen bei kleiner Stromstärke nur in der Mitte des Rohres parallele, für reiche Ionisation und für die Stromführung günstige Stromlinien. Nach außen gerichtete Stromlinien sind natürlich ungünstig für die Ionisation, weil sie nur aus dem spärlich ionisierten Wandgebiet Elektronen herholen.

Die Hypothese E′ enthält nun auch drittens die Behauptung, daß größere Stromstärken günstiger geformte Ladungen aufrecht erhalten können, wodurch in einem größeren Teil des Rohrquerschnitts parallele Stromlinien hervorgerufen werden. Das Ionisationsgebiet wird somit ergiebiger, während gleichzeitig das Randgebiet der überwiegenden Wiedervereinigung verkleinert wird.

Durch diese Hypothese erklärt sich (vgl. V, § 13):

1. Das Anwachsen des Gradienten der positiven Säule mit abnehmendem Rohrdurchmesser, vgl. III, § 6.

2. Die Abnahme des Gradienten mit wachsender Stromstärke, vgl. I § 2 und III § 6.

3. Das Vorhandensein einer unteren Grenze des Gradienten, welcher sich der Gradient bei wachsender Stromstärke asymptotisch nähert.

Diese Tatsache 3 wird folgendermaßen erklärt:

Die günstigsten Ladungen, die natürlich am leichtesten von großen Stromstärken unterhalten werden, können, wie gesagt, die Strombahn breit machen, so daß in ihr eine reichliche Ionisation vor sich gehen kann, wodurch die Bedeutung des Elektronenverlustes in den gleichzeitig eingeschränkten Randgebieten herabgesetzt wird. Möglicherweise können die betr. Ladungen auch der Elektronendiffusion nach den Randgebieten entgegenwirken. Der innerhalb der eigentlichen Strombahn durch Wiedervereinigung zustandekommende Elektronenverlust bleibt aber immer bestehen, verlangt zu seiner Kompensation eine gewisse Ionisation und bedingt somit die untere Grenze des Gradienten. Diese Grenze ist offenbar gleich dem oben erwähnten Gradienten im Falle paralleler Stromlinien.

Diese untere Grenze ist schwer festzustellen, weil dabei die von der erhöhten Temperatur bedingte Verdünnung des Gases berücksichtigt werden muß, was die bisherigen Beobachter versäumt haben. In Edelgasen, wo die Wiedervereinigung in der Säule infolge Wegfalls des Klebens fast verschwindet, braucht die untere Gradientengrenze nur zum Überwinden einer äußerst schwachen Reibung auszureichen. Man hat deshalb in Edelgasen eine fast nullwertige untere Gradientengrenze zu erwarten. Experimente von Claude[1]), welche er selber nicht deuten konnte, bestätigen diese Forderung der Theorie, wodurch diese eine gute Stütze erhält.

## § 5. Die Ladungen in der positiven Säule.

Die im vorigen Paragraphen erwähnten Raumladungen in der positiven Säule sollen hier etwas näher besprochen werden. Um die Vorstellung von jenen Raumladungen etwas zu klären, habe ich, siehe III § 6, einige Berech-

1) Eine Behauptung des Herrn H. Salinger, Ann. d. Phys. **54**, 317, 1917, daß der ganze Rohrquerschnitt gleich strombefördernd ist, basiert auf Leitfähigkeitsmessungen, deren Zeugnis man wohl als irreführend bezeichnen darf, besonders jetzt, nachdem Davis und Goucher, Phys. Rev. **10**, 101, 1917 den starken lichtelektrischen Effekt des Glimmlichtes auf eintauchendes Metall entdeckt haben. Eine andere Bemerkung des Herrn Salinger betrifft die eigenartige dunkle Entladung in $O_2$. Wenn diese, wie Herr Salinger im Widerspruch mit früheren Beobachtern behauptet, nicht durch große Gradienten charakterisiert ist, so wird meine in IV, Ende § 9 dargestellte, recht komplizierte Arbeitshypothese hinfällig. Die Entladung in $O_2$ verdient weitere besondere Beachtung.

2) In III § 6 habe ich die elektronenbremsende Wirkung der Wände zu sehr hervorgehoben; wie sich die Wiedervereinigungsvergrößerung auf Wände und die ihnen nächstliegenden Gebiete des Gases verteilt, mag vorläufig dahingestellt bleiben. — Eine Diskussion des Elektronenverlustes an den Wänden hat auch R. Seeliger, diese Zeitschr. **15**, 777, 1914, veröffentlicht.

1) G. Claude, C. R. **158**, 479, 1914; vgl. III § 6.

nungen ausgeführt. Der Einfachheit halber dachte ich mir ein Rohr in einem äußerst schwachen äußeren Felde und an einem Ort, wo das Potential des äußeren Feldes etwa mit dem Potential des mittleren Glimmlichtes zusammenfällt. Weiter dachte ich mir die Raumladungen zunächst gleichmäßig innerhalb des einzelnen Rohrquerschnitts verteilt. Die Fig. 2 in III zeigt für ein Beispiel die Größe der betr. Raumladungen, die in der ungeschichteten positiven Säule positiv und mit der Entfernung von der Anode abnehmend sind. Zu der betr. Anordnung der Raumladungen gehört ein Bild der Äquipotentialflächen, etwa wie das der Fig. 3 in III. Nur sollten die Kurven noch größere Krümmung in ihren vordersten Punkten haben.

Zu den Fig. 2 und 3 ist zunächst zu bemerken, daß sie die von J. Stark u. a. schon längst hervorgehobene charakteristische Grenzionisation an der Anode nicht berücksichtigen. Es ist ja klar, daß positive Raumladungen vor der Anode nur dann aufrechtgehalten werden können, wenn aus der Oberflächenschicht der Anode positive Ionen geliefert werden. Es scheint, daß die die Ionen liefernde Schicht nicht zu der Anode selbst gehört, sondern eine der Anode unmittelbar vorangelagerte Gasschicht ist. Um aus dieser die nötigen Ionen zu befreien, scheint nun der sonst für die positive Säule ausreichende Elektronenstrom nicht zu genügen, sondern in dem ankommenden Elektronenstrom müssen mehr Elektronen als sonst, bezüglicherweise alle auf Ionisierungsgeschwindigkeit, bisweilen sogar auf eine noch größere, leistungsfähigere Geschwindigkeit als gerade die kleinste Ionisierungsgeschwindigkeit gebracht werden. Dies geschieht, indem sich vor der Anode ein Anodenfall ausbildet. Es entsteht nämlich vor der Anode eine negative Ladungsschicht, und die Anode selber nimmt eine etwas größere positive Ladung als nach Fig. 2 in III an. Diese beiden Ladungen bedingen den Anodenfall. Nach dieser Erklärung des Anodenfalles[1]) wird es wahrscheinlich, daß der Anodenfall meistens gleich oder etwas größer als die kleinste Ionisierungsspannung des Füllgases wird. Beobachtungen bestätigen die Theorie[2]). Gerade weil die Beobachtungen einen nahen Zusammenhang zwischen dem Anodenfall und der Ionisationsspannung des Füllgases zeigen, muß man, wie oben getan, annehmen, daß die ionenliefernde Schicht dem Füllgase gehört.

Enthält das leitende Gas infolge Klebrigkeit nicht Elektronen, sondern negative Ionen, so wird der Anodenfall groß und sogenannte Anodenstrahlen kommen zum Vorschein[1]).

Durch die Berücksichtigung des gewöhnlichen Anodenfalles wird die Fig. 2 in III, abgesehen von der nächsten Nähe der Anode, nur unwesentlich verändert.

In III § 6 wird geschildert, weshalb die Ladungen eine andere Verteilung im einzelnen Rohrquerschnitt, als bei der Berechnung zunächst vorausgesetzt wurde, erhalten. Die positiven Ladungen werden infolge gegenseitiger elektrostatischer Repulsion der Ionen mehr oder weniger nach den Rohrwänden gedrängt. Vor den Schichten der positiven Säule können sogar kleine Gebiete mit negativen Ladungen (Umkehrungen, siehe eine Arbeit von Salinger[2])) vorkommen. Die inneren Oberflächen der Wände dürften auch von den dorthin diffundierenden, nicht sofort wiedervereinigten Elektronen bisweilen eine negative Flächenladung bekommen.

Das Resultat der genannten Umgestaltung der Ladungen ist, daß die Äquipotentiallinien sich von der in Fig. 3 dargestellten Form entfernen und etwa der in Fig. 4 angegebenen anstreben[3]). Dies gelingt vollständiger, je leichter die betr. Ladungen aufrechtgehalten werden können, d. h. je größer die Stromstärke ist. Nun ergibt, wie schon beschrieben, der in Fig. 4 dargestellte Zustand offenbar einen leistungsfähigeren, einen kleineren Gradienten fordernden Stromzustand als derjenige der Fig. 3. Wir haben hiermit den Inhalt der Hypothese E′ etwas näher auseinandergesetzt.

Durch genügende Beachtung der Raumladungsbedingungen konnte ich auch die Schichtung der positiven Säule erklären; siehe den hier folgenden Paragraphen. Die Vorderflächen der Schichten schließen sich vermutlich recht eng an die Äquipotentialflächen an.

---

1) Ich vermute, daß eine sogenannte zweifache Grenzionisierung vor der Anode meistens keine wesentliche Rolle spielt

2) Nach älteren Messungen schätzt J. Stark, Jahrb. d. Rad. u. El. 13, 421, 1916, den gewöhnlichen Anodenfall auf etwa das 1,5fache der kleinsten Ionisierungsspannung. Neuere noch nicht veröffentlichte Messungen von A. Partzsch ergaben in Edelgasen und $Hg$-Dampf den Anodenfall etwa gleich der Ionisierungsspannung, während er im $N_2$ und $H_2$ etwa in der Größe der doppelten kleinsten Ionisierungsspannung auftrat. Herr P. machte mich anläßlich dieser Messungen freundlichst auf den offenbar sehr nahen Zusammenhang zwischen dem Anodenfall und der Ionisierungsspannung aufmerksam.

1) Vgl. E. Gehrcke, Handbuch der Radiologie, III, S. 29.

2) H. Salinger, Ann. d. Phys. 54, 296, 1917, besonders Fig. 12, S. 311.

3) Es sei bemerkt, daß der Verlauf der Äquipotentiallinien der Fig. 4 in III an der Rohrwand unter der Voraussetzung einer starken Wandladung gezeichnet wurde. Treten solche Ladungen nicht auf, so entsteht die umstehende Fig. 1.

Bei kleineren Stromstärken sind jene ebenso wie nach der Theorie diese stärker gekrümmt.

Die jetzt besprochene Theorie der Ladungen der positiven Säule kann vorläufig durch Messungen oder Berechnungen nur wenig quantitativ gestützt werden. Sie dürfte aber als Arbeitshypothese guten Dienst leisten können.

Unter den hierher gehörigen Messungen erwähne ich noch einmal die von Herrn Salinger veröffentlichten (l. c.) Sondenmessungen zur Bestimmung der Äquipotentialflächen. Diese bestätigen gut die Theorie. Kleine Verschiedenheiten gegen die nächstliegenden theoretischen Schlüsse, wie z. B. ev. Unterschiede in der Krümmung der Äquipotentialflächen und der Oberflächen der Schichten lassen sich wohl erklären oder sind durch die unvermeidliche Unsicherheit der Sondenmessungen bedingt.

## § 6. Die Schichten der positiven Säule.

Man vgl. diesen Paragraphen mit I § 3, II Ende § 4 und III Ende § 6.

Die Schichtung verlangt natürlich schroffe örtliche Veränderung der Ladung, und zwar um so schroffer, je enger die Schichtung ist. Nur wenn die Stromstärke über gewisse Grenzen steigt, und wenn durch Kleben langsame, zur Raumladungsbildung geeignete negative Ionen entstehen, können die engbegrenzten Raumladungsschichten und also auch die sichtbaren Schichten sich ausbilden. In ganz reinen Edelgasen, sogar in reinem Stickstoff, wo das Kleben fehlt, bzw. sehr spärlich vorkommt, entstehen keine Schichten.

Es ist klar, daß die Schichten unstabil werden und zerfallen müssen, wenn das Verhältnis $\frac{\text{Schichtdurchmesser}}{\text{Schichtlänge}}$ sehr groß wird. Damit hängt zusammen, daß man in engeren Rohren kleinere Schichtlängen erhalten kann als in weiten Rohren. Je enger die Schichtung, desto größer sind die Anforderungen an die schichtbildenden Umstände. Deshalb befördert die Verunreinigung durch „klebrige" Gase die Ausbildung von Schichten[1]) und wird z. B. zur Bedingung für die enge blaue Schichtung im Wasserstoff. Wasserstoff scheint auch im reinen Zustand genügend klebrig zu sein, um eine geschichtete positive Säule bekommen zu können, aber das wird dann, wie aus dem eben Gesagten zu erwarten ist, eine weite Schichtung, die Neubertsche[2]) „weite rote Schichtung". Eine direkte Folge der großen Schichtlänge ist eine große Schichtspannung, welche, weil die Schichtlänge bei wachsendem Druck nur langsam heruntergeht, mit dem Druck in die Höhe steigt. Man vergleiche hiermit das Ende von I § 3.

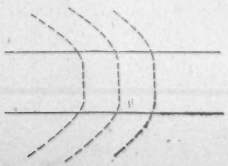


Fig. 1.

Über den Ionisationsvorgang in den Schichten und über die Theorie der Schichtpaare siehe I § 3 sowie das Referat im Handbuch der Radiologie, Band III, besonders S. 161 und 162.

## § 7. Die zweifache Grenzionisierung vor der Kathode.

In IV § 7 wird die Grenzionisation vor der Kathode etwa folgendermaßen beschrieben: Positive Ionen, die hauptsächlich aus der Umgebung des Glimmsaumes stammen, befreien durch Stoß an (bzw. aus) der Kathodenoberfläche „primäre Elektronen" (Kathodenstrahlen). Diese erreichen dank des starken Feldes unmittelbar vor der Kathode (ev. Kathodensprung) schon innerhalb eines Bruchteils der Dunkelraumlänge Ionisationsgeschwindigkeit. Im Dunkelraum und auch ein Stück in das negative Glimmlicht hinein kann man die von ihnen unmittelbar hervorgerufene Ionisation als gleichmäßig betrachten. Über diese Ionisation lagert sich diejenige der „sekundären Elektronen". In den von der Kathode entfernteren Teilen des negativen Glimmlichts ionisieren fast nur noch primäre Elektronen, indem die sekundären im dortigen schwachen Feld zu kleine Geschwindigkeiten erhalten. Die Reichweite der primären Elektronen kann man etwa an der Länge des negativen Glimmlichts beurteilen.

Die primären Elektronen behalten mit einer gewissen Trägheit gegen die Kathodenoberfläche senkrechte Bahnen (Trägheitserscheinungen der das Glimmlicht erzeugenden Kathodenstrahlen, siehe V § 10). In beträchtlichen Mengen werden sie immerhin so allmählich zerstreut, an den Wänden gebremst und neutralisiert, wodurch sich (V § 10) der Einfluß der Wände auf die Länge des negativen

1) Vgl. P. Neubert, diese Zeitschr. 15, 430, 1914.

2) P. Neubert, Dissertation Leipzig 1913; Ann. d. Phys. 42, 1454, 1913 und diese Zeitschr. 15, 430, 1914, drei Arbeiten, die wohl das bisher beste Beobachtungsmaterial über die geschichtete Säule enthalten.

Glimmlichts erklärt[1]). Die verlangsamten primären Elektronen werden auch im Gase absorbiert. Eine Folge des geschilderten Abgangs an Primärelektronen ist, daß schließlich an einer gewissen Stelle der Strombahn die Leitfähigkeit schwächer werden würde als diejenige, welche die positive Säule hätte aufrecht halten können. Dort setzt die positive Säule ein.

Die wichtigsten beobachteten Eigenschaften des zweiten Dunkelraumes (vor der positiven Säule) werden in IV, Ende des § 7, aus der Theorie hergeleitet.

Ein gewisses Gebiet, die Kanalstrahlenquelle, liefert die Hauptmenge der an der Kathodenoberfläche ionisierenden positiven Ionen. Eine im Verhältnis zur Zahl der primären Elektronen und in Abhängigkeit vom Kathodenfall bestimmte Anzahl positiver Ionen muß nach der Kathode eilen, um Ersatz für die vorherigen primären Elektronen zu erzeugen. Genügt der Ersatz nicht, so nimmt der Strom äußerst schnell ab und erlischt. Dieses Erlöschen kann bekanntlich hervorgerufen werden, indem in einem Rohre, dessen Querschnitt die Elektroden vollständig ausfüllen, letztere so gegeneinander verschoben werden (siehe IV Anfang § 8), daß nicht mehr genügend Platz für die Kanalstrahlenquelle übrig bleibt. Aber auch, wenn Platz genug da ist, erlöscht die Entladung, wenn die primären Elektronen nicht mehr die nötige Geschwindigkeit erhalten, um eine genügend tiefe und demgemäß ergiebige Kanalstrahlenquelle zu erzeugen, d. h. wenn sie ihre Geschwindigkeit von einem zu kleinen Kathodenfall bekommen. Deshalb gibt es einen kleinsten Kathodenfall (den sog. normalen).

Bei höherem Kathodenfall kommen geschwindere, leistungsfähigere positive Ionen an die Kathode an. Dann kann ihre Anzahl relativ klein sein und die Kanalstrahlenquelle eingeschränkt werden. Gegen ihre räumliche Einschränkung wirken allerdings zwei Umstände, erstens die Tatsache, daß die geschwinderen primären Elektronen auf einem bestimmten Weg seltener ionisieren, zweitens die mit dem Kathodenfall zunehmende Verdünnung des Gases infolge der Temperaturerhöhung vor der Kathode. Immerhin drängt sich die Kanalstrahlenquelle bei hoch steigendem Kathodenfall immer mehr gegen die Kathode zusammen, was man durch Nachschub der Anode verfolgen kann[1]). Ob die Kanalstrahlenquelle dabei eine untere asymptotische Grenze hat und welche, ist aus den bisherigen Beobachtungen, welche sämtlich die wichtige Temperaturerhöhung unberücksichtigt lassen, nicht zu ermitteln.

Bemerkung. Über die Ausdehnung der Kanalstrahlenquelle in Abhängigkeit vom Kathodenfall habe ich leider in IV § 7 und 8 nicht zutreffende Theorien aufgestellt. Besonders ist das dortige Theorem 4 unrichtig. Dieses Theorem wurde mit besonderer Rücksicht auf gewisse Beobachtungen über den normalen Kathodenfall im Magnetfeld[2]) aufgestellt. Die betr. Beobachtungen ließen ev. interessante Schlüsse auf die räumliche Verminderung der Kanalstrahlenquelle infolge des Magnetfeldes zu. Ich will vorläufig hierauf nicht näher eingehen, nur darauf hinweisen, daß eine Wiederholung der betr. Beobachtungen mit genaueren Mitteln sehr wünschenswert wäre.

Über die Herleitung des Gesetzes, daß der Kathodenfall langsamer steigt als proportional der ersten Potenz der Stromdichte, siehe IV § 8 S. 27.

### § 8. Der Glimmlichtsaum bisher unerklärlich.

Die früher von einigen Forschern vertretene Auffassung, der Dunkelraumlänge als eine Art freier Weglänge positiver oder negativer Partikelchen läßt sich mit den Begriffen der kinetischen Gastheorie nicht vereinen. Vgl. vor. Hypothese 5 in IV § 7.

Theoretisch einwandfreier ist der Versuch, den Dunkelraum und den Glimmlichtsaum dadurch zu erklären, daß die Ionisation im Dunkelraum klein wäre und am Orte des Saumes infolge des Ionisierens seitens der sekundären Elektronen plötzlich sehr stark in die Höhe ginge. Daß immerhin auch diese Vorstellung falsch ist, läßt sich quantitativ mit Hilfe gewisser Messungen aus der letzten Zeit beweisen. Wir werden rechnerisch feststellen, daß weder die Ionenzahl, noch die Geschwindigkeit der ionisierenden Elektronen im Saume eine so plötzliche Veränderung durchmachen kann, daß sich dadurch die Schärfe des Saumes erklären könnte.

Ich erinnere an die durch vielerlei Messungen bestätigte Auffassung, daß das Feld in der Nähe der Kathode besonders stark ist, und daß der Glimmlichtsaum sich nicht durch Unstetigkeit in der Feldstärke auszeichnet. Im Glimmlichtsaum hat das Feld etwa die Stärke

1) Versuche von der Art der in V § 10 beschriebenen, aber mit verbesserten Methoden, wurden angefangen, mußten aber infolge des Kriegszustandes vorläufig unterbrochen werden.

1) Vgl. Fußnote in IV § 8, Spalte 1, Seite 25.
2) Siehe IV § 8, Seite 25 und 26.

50 bis 100 Volt/cm. Weiter weg von der Kathode, im negativen Glimmlicht, hat das Feld seine geringste Stärke. Ich gehe im folgenden davon aus, daß diese Auffassung richtig ist.

Eine Folge des starken Feldes vor der Kathode (ev. Kathodensprung) ist, daß die primären Kathodenstrahlen meistens innerhalb eines kleinen Bruchteils der Dunkelraumlänge etwa 100 voltige (oder mehr) Geschwindigkeit bekommen. Demnach kann man damit rechnen, daß die primären Elektronen im Dunkelraum und ein Stück ins negative Glimmlicht hinein gleichmäßig ionisieren, und zwar laut Ionisierungsmessungen von W. Kossel[1]) und F. Meyer[2]) im Mittel ungefähr einmal auf 4 freie Elektronenweglängen $\lambda$. Nun hat der Dunkelraum etwa die Länge $4\lambda$; der Einfachheit halber rechnen wir gerade mit $4\lambda$. Wir teilen den Dunkelraum in vier Schichten von der Dicke $\lambda$. Die Ionisation denken wir uns in die Mittelebenen (1), (2) ... dieser Schichten verlegt. Die Ebene (5) fällt dabei schon ins negative Glimmlicht hinein.

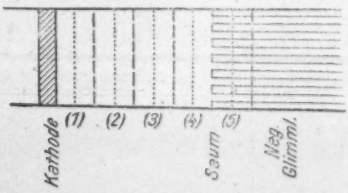



Fig. 2.

Die sekundliche Anzahl primärer Elektronen sei $n$. In (1) finden dann sekundlich $n/4$ Ionisierungen statt. Von den sekundären Elektronen nehmen wir an, daß sie bei $m$-Stößen $\alpha m$ mal ionisieren. Dann finden in (2) pro Sekunde $n/4 + \alpha n/4$ Ionisierungen statt.

Die zur Ionenmenge relative Anzahl der Wiedervereinigungen muß in den stärkeren Feldern kleiner als in den schwächeren sein, jedenfalls nicht umgekehrt. Die Wiedervereinigung kann demnach nicht dazu beitragen, die relative Ionisierung in der Gegend des Saumes, wo das Feld schwächer als im Dunkelraum ist, zu erhöhen. Wir rechnen also zugunsten der zu bekämpfenden Theorie, wenn wir die Wiedervereinigung vernachlässigen. Sie dürfte übrigens in Wirklichkeit im Dunkelraum äußerst schwach sein.

Es ist nun eine einfache Sache, die Anzahl der Ionisierungen auch in den Mittelebenen (2), (3) usw. zu bestimmen. Das Resultat dieser Bestimmungen ist hier tabellarisch zusammengesetzt:

| In der Mittelebene Nr. | Anzahl der Ionisierungen[1]) pro Sekunde | d. h. $\alpha = \frac{1}{3}$ | für $\alpha = 1$ |
|---|---|---|---|
| (1) | $n/4$ | $n/4 \cdot 1$ | $n/4 \cdot 1$ |
| (2) | $n/4\,(1+\alpha)$ | $n/4 \cdot 1{,}33$ | $n/4 \cdot 2$ |
| (3) | $n/4\,(1+2\alpha+\alpha^2) = n/4\,(1+\alpha)^2$ | $n/4 \cdot 1{,}77$ | $n/4 \cdot 4$ |
| (4) | $n/4\,(1+\alpha)^3$ | $n/4 \cdot 2{,}37$ | $n/4 \cdot 8$ |
| (5) | $n/4\,(1+\alpha)^4$ | $n/4 \cdot 3{,}16$ | $n/4 \cdot 16$ |

Nach Messungen von W. Kossel[2]) und Fr. Meyer[3]) zu urteilen, ist $\alpha$ höchstens etwa gleich $1/3$. Wir sehen aus der Tabelle, daß dieses $\alpha$ einen ganz sanften Anstieg der Ionisierung zwischen (4) und (5) ergibt. Aber auch das größte denkbare $\alpha$, nämlich $\alpha = 1$, gibt um den Saum herum bloß eine Verdopplung der Ionisierung auf der Strecke $\lambda$. Wenn nun beachtet wird, daß die sichtbare und auch photographisch untersuchte Lichtausstrahlung am Saum innerhalb $0{,}2\,\lambda$ um das 10- bis 20fache wachsen kann, so ist es klar, daß dies nicht auf die Ionisierung zurückgeführt werden kann.

Eine neue Geschwindigkeitsstufe der sekundären Elektronen kann im Saume auch nicht die plötzliche Lichtverstärkung erklären. Es sollte dies eine für den Saum charakteristische niedrigere mittlere Geschwindigkeit der sekundären Elektronen sein. Es dürfte genügen, den Beweis in folgender Weise anzudeuten. Die in der Nähe des Saumes erzeugten Elektronen müssen über eine längere Strecke laufen, um zur Ionisationsgeschwindigkeit zu gelangen, als die näher an der Kathode im stärkeren Feld entstandenen. Nun sind aber nach der kinetischen Gastheorie freie Weglängen von einem kleineren Betrag häufiger als solche von einem willkürlich größeren Betrag. Der Prozentgehalt der mitten im Dunkelraum erzeugten Elektronen an solchen, die beim Stoßen eine gewisse kleine Geschwindigkeit (z. B. die kleinste Ionisationsgeschwindigkeit) besitzen, ist demnach größer als der entsprechende Prozentgehalt der nahe vor dem Glimmlichtsaum erzeugten Elektronen. Die Anzahl gerade mit dieser Geschwindigkeit stoßenden Elektronen nimmt also um den Glimmsaum herum noch langsamer zu als die Anzahl Ioni-

1) Vgl. IV, Anfang § 8.
2) F. Meyer, Ann. d. Phys. 45, 1, 1914.

1) Man beachte die Verwandtschaft unserer Formel $n/4\,(1+\alpha)^p$ mit der Townsendschen $n \cdot e^{\alpha x}$, siehe J. Townsend, The theory of Ionisation of Gases by collision. London 1910, S. 3 u. 4.
2) W. Kossel, Ann. d. Phys. 37, 407, 1912.
3) F. Meyer, Ann. d. Phys. 45, 1, 1914.

sierungen überhaupt. Hiermit ist der anzudeutende Beweis beendet.

Es leuchtet wohl jedem mit diesem Gebiete Vertrauten ein, daß durch die vereinfachende Annahme der Ionisierung in Schichten, so wie sie hier benutzt wurde, kein gegen die zu bekämpfende Theorie ungünstiges Moment eingeführt wurde. Es ist also bewiesen, daß die bisherigen eben erwähnten Theorien bei der vorausgesetzten Feldform das schroffe Einsetzen des Glimmlichtsaumes nicht erklären können.

### § 9. Erklärung der optischen Unterschiede zwischen dem ersten (Hittorfschen) Dunkelraum und dem Glimmlichtsaum.

In IV § 7, Hypothese 5 bis 7 und in IV § 9 habe ich eine leistungsfähige Theorie des Glimmlichtsaumes gegeben. Ich stellte dort die Hypothese auf, daß dasjenige Licht, wodurch sich der Glimmlichtsaum so stark vom Dunkelraum abhebt, hauptsächlich bei Wiedervereinigung vorher ganz getrennter Elektronen und Ionen entsandt wird.

Die betreffende Wiedervereinigung kann nach dem obigen § 4 nur dort vorkommen, wo ein Klebenbleiben der Elektronen an neutralen Molekülen stattfindet. Nun ist das Gebilde: Molekül mit dem daran klebenden Elektron, kein sehr festes. Darum werden solche Gebilde in stärkeren Feldern (Größenordnung über 50 bis 100 Volt/cm) zerrissen bzw. an ihrem Entstehen verhindert. Der Dunkelraum ist ein Gebiet, wo das Kleben durch starke Felder verhindert wird. Das negative Glimmlicht ist ein schwachfeldiges Gebiet mit reichlicher Wiedervereinigung.

Der Glimmlichtsaum bezeichnet eine Äquigradientfläche, nämlich die Grenze zwischen den genannten Gebieten mit und ohne Wiedervereinigung ganz getrennter Ionen.

Diese Theorie erklärt:

1. die vorher unbegreifliche Schärfe des Glimmlichtsaumes;

2. das Vorkommen zweifachen Glimmlichtsaumes in Gasgemischen (siehe unter Hypothese 7 in IV § 7);

3. das Fehlen des Saumes in ganz reinem Helium (vgl. IV § 7, S. 23 unten).

Das Wiedervereinigungsleuchten[1]), wodurch sich der Glimmlichtsaum vom Dunkelraum abhebt, besteht in $H_2$ aus dem Viellinienspektrum und wohl auch aus einem kontinuierlichen Spektrum; in $N_2$ aus den sog. positiven Banden. Es ist dasselbe Leuchten, welches für die positive Säule charakteristisch ist.

1) Vgl. die für das nächste Heft vorgesehene Arbeit.

Auch im starken Felde des Dunkelraumes kommt allerdings das Viellinienspektrum des $H_2$ vor. Dies widerspricht nicht der obigen Theorie, denn man kann sich gut denken (vgl. IV § 7, vor dem Theorem 8), daß Wiedervereinigungsleuchten von der betr. Art auch von einem bloß gelockerten Molekül entsandt wird, während sich dieses mit seinem nicht ganz frei gewesenen Elektron wieder fester verbindet. Solche gelockerte Gebilde kann man sich im Dunkelraum gut denken.

Ich vermute, daß das kräftige Leuchten unmittelbar vor der Kathode (erste Kathodenschicht) von durch Kanalstrahlenstöße gelockerten Gebilden herrührt (vgl. die spätere Abhandl. § 3).

Beachtenswert ist, daß das Wiedervereinigungsleuchten im ganzen negativen Glimmlicht denselben Charakter hat. Dies bedeutet nämlich, weil die Ionisation im Innern des negativen Glimmlichts fast ausschließlich von schnellen primären Elektronen besorgt werden muß, daß die von so schnellen Elektronen erzeugten Ionen bei der Wiedervereinigung mit demselben Licht leuchten wie die von langsamen Elektronen erzeugten Ionen.

Zur Stütze der obigen Theorie habe ich „künstliche" Dunkelräume experimentell hervorgebracht, siehe IV § 9 und besonders die in der folgenden Nummer dieser Zeitschrift erscheinende Arbeit von Fräulein T. Krüger und mir.

Das Feldminimum befindet sich wohl etwa an dem von der Kathode entfernteren Ende der Kanalstrahlenquelle. Vor diesem Minimum muß natürlich der Glimmlichtsaum auftreten. Ein gewisser Zusammenhang zwischen der Dunkelraumlänge und der Tiefe der Kanalstrahlenquelle besteht natürlich. Sie sind aber unter sich nicht genau proportional. Vgl. einige Bemerkungen in IV § 8.

Schließlich ist zu bemerken, daß die Hypothese des Leuchtens bei der Wiedervereinigung schon alt ist, vgl. eine Fußnote V § 13. Weiter habe ich gefunden, daß Aston[1]) schon 1907 sich das Entstehen des Glimmsaumes so gedacht hat: Nicht vollständig wiedervereinigte Gebilde sollten im Dunkelraum zerfallen, aber im schwachfeldigen negativen Glimmlicht bestehen können. Diese Gebilde sollten das neue Licht des Saumes und des negativen Glimmlichts erzeugen. Sein Gedankengang hat Ähnlichkeit mit dem meinigen.

### § 10. Schluß.

Die obige Zusammenstellung umfaßt nicht alle Teile meiner bezüglichen Theorie nebst

1) F. W. Aston, Proc. Roy. Soc. London 79, 91, 1907.

dazu gehörigen Messungen. So wurde dort nicht erwähnt: Die Bestimmung der kleinsten noch zur Leuchterregung ausreichenden Elektronengeschwindigkeiten II § 5[1]) und die Erklärung der sog. Righischen magnetischen Strahlen in V § 12. Versuche von Ives[2]) geben eine weitgehende Auskunft über die Natur der magnetischen Strahlen. Soweit da meine Theorie in Frage kommt, wird sie bestätigt. Ives erwähnt meine Theorie, aber nicht deren Bestätigung.

Die vielen nachträglichen Bestätigungen meiner Theorie befestigen meine Hoffnung, daß ich recht gut das Richtige getroffen habe, und daß meine Theorie ein gutes heuristisches Mittel sein könnte. Es dürfte beim planmäßigen Vorgehen viel Interessantes aus Beobachtungen am Glimmstrom zu holen sein, trotzdem die Ionisationsvorgänge immer noch nur recht oberflächlich bekannt sind.

1) Vgl. die in der nächsten Nummer erscheinende Tafel 1, wo allerdings an den angegebenen, direkt gemessenen Spannungen keine Korrektionen angebracht wurden.

2) James E. Ives, Phys. Rev. 9, 349, 1917.

(Eingegangen 13. September 1918.)

## Berichtigung.

Der Seite 506, Zeile 16 angegebene Bereich von $n$ hat richtig zu lauten: $n = 2, 3, 4 \ldots$ (1).

A. Szarvassi.

## Personalien.

**(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)**

**Habilitiert:** An der Universität Erlangen Dr. W. Dilthey für Chemie, an der böhmischen Technischen Hochschule in Prag Dr. V. Vojtěch für Photochemie und Photographie.

**Verliehen:** Dem Privatdozent für Elektrotechnik an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Heinrich Faßbender der Titel Professor.

**Gestorben:** Der ord. Professor der Mathematik und mathematischen Physik an der Universität Freiburg (Schweiz) Dr. Franz Daniels.

## Gesuche.

**Absolvierter Physiker**

(Dr. phil. Universitätsassistent), praktisch begabt, guter Zeichner, sucht nach Kriegsende Anstellung in größerem techn. Betrieb. Anträge mit Bedingungen unter **G. H.** an den Verlag S. Hirzel, Leipzig, Königstr. 2.

**Physiker,**

absolviert, mit Doktorat aus Mathematik, militärfrei, Laboratoriumspraxis, sucht Anstellung. Angebote unter **S. H. 531** an den Verlag der Physik. Zeitschrift (S. Hirzel), Leipzig, Königstr. 2.

**Physiker (promoviert),**

bisher auf akustischem und ballistischem Gebiet gearbeitet, sucht Stellung an größerem industriellen oder wissenschaftlichen Institut. Angebote unter **S. H. 533** mit Gehaltsangabe an den Verlag der Physikal. Zeitschrift (S. Hirzel), Leipzig, Königstraße 2.

**Promov. Physiker,**

zurzeit in ungekündigter Stellung eines kriegswichtigen Betriebes mit reicher praktischer Erfahrung und konstruktiven Fähigkeiten auf dem Gebiet der Hochfrequenz-, Schwachstrom- und Hochspannungstechnik, sowie Gasentladung, sucht anderweitige Betätigung für Friedenswirtschaft auf obigen oder verwandten Gebieten der Elektrotechnik in gehobener Stellung. Zuschriften unter **S. H. 535** an die Exped. d. Physik. Zeitschrift (S. Hirzel), Leipzig, Königstraße 2.

## Angebote.

Für die wissenschaftliche und technische Bearbeitung von Fragen aus dem Gebiete der Schwachstromkabeltechnik

**1—2 Physiker**

oder

**diplom. Ingenieure**

sofort gesucht. Angebote mit Angabe der Gehaltsansprüche, der bisherigen Tätigkeit und des Militärverhältnisses erbeten unter **S. H. 530** an den Verlag dieser Zeitschr. S. Hirzel, Leipzig, Königstraße 2.

Für die Schriftleitung verantwortlich Geh. Regierungsrat Prof. Dr. H. Th. Simon in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

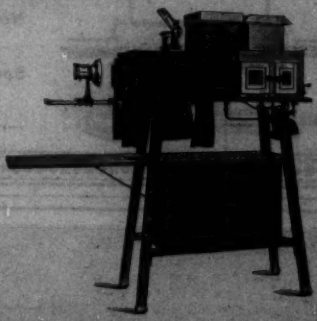
Moderne, neue Staaten benötigen solche modernen, aber altberühmten Instrumente wie Gáti's Barretter-Meßsatz in der Hochfrequenztechnik und in der Telephonie. Preis Rubel 250.— Béla Gáti, Budapest, IX. Gyáli-ut 22.

**Funkeninduktor**
**40 cm Schlagweite,**
für große Leistungen bei Betrieb mit Flüssigkeitsunterbrecher geben weit unter normalen Preis ab
**Physikalische Werkstätten, Göttingen.**

**DIE DEUTSCHE LEIHBÜCHEREI**
Berlin W. 35
liefert leihweise alle gewünschten wissenschaftl. Neuerscheinungen, Zeitschriften und ältere Werke sowie größere Handbibliotheken allerorten unter vorteilhaften Bedingungen. Prospekte auf Wunsch.

**MAX KOHL A.G. Chemnitz**
Volleingezahltes Kapital Mk. 1600000.

Physikalische Apparate
Funken-Induktoren
Ölluftpumpen
Experimentier-Schalttafeln
Projektions-Apparate
Laboratorienmöbel
in gediegener Ausführung.



Kleines Megadiaskop. Projektions-Apparat für alle im Unterricht gebräuchlichen Projektionsarten, z. B. für durchfallendes Licht, für auffallendes Licht, für Mikroprojektion, Spektral-, Polarisations-Interferenzerscheinungen usw.

Weltausstellung Brüssel 1910: 4 Große Preise; Turin 1911: 2 Große Preise; Dresden 1911: Großer Preis.

PHYWE

*Physikalische Werkstätten, G.m.b.H.*
*Göttingen 1*

*Physikalische Unterrichtsmittel*

*Neu!* Hochspannungsbatterie als Ersatz für Zambonisäulen